Е.В. Зеленкина

ИНВЕСТИЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Саратов 2016

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет имени Н.И. Вавилова»

Е.В. Зеленкина

ИНВЕСТИЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Учебно-методическое пособие
к проведению практических занятий
для студентов очной и заочной формы обучения
по курсу
«Инвестиционный анализ»
«Экономическая оценка инвестиций»
направление подготовки –
38.03.02 Менеджмент
38.03.01 Экономика

Второе издание, переработанное и дополненное

Саратов 2016

УДК 330.322.5(07)
ББК 65.2/4$_{\text{стд}}$1–56(Я7)

Рецензенты:

д-р экон. наук, проф. ***С.А. Андрющенко****, заведующий лабораторией инновационного развития производственного потенциала агропромышленного комплекса ИАгПРАН;*

д-р экон. наук, проф. ***И.П. Глебов****, заведующий кафедрой «Менеджмент в АПК» Саратовского государственного аграрного университета имени Н.И. Вавилова.*

Инвестиционный анализ: учебно-методическое пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. к проведению практичских занятий для студентов очной и заочной формы обучения по курсу «Инвестиционный анализ», «Экономическая оценка инвестиций», направление подготовки – 38.03.02 Менеджмент, 38.03.01 Экономика / Сост.: Е.В. Зеленкина; ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ». – Саратов, 2016. – 104 с.

Учебно-методическое пособие к проведению практических занятий по дисциплинам «Инвестиционный анализ», «Экономическая оценка инвестиций» предназначено для глубокого изучения студентами основных положений проведения контрольно-аналитической работы по обоснованию управленческих решений в области инвестиций.

Решение практических заданий и вопросов самостоятельного моделирования расчётов позволит получить необходимые навыки в области основ финансовой математики, анализа и оценки экономической эффективности инвестиционных проектов, а также овладеть методикой научного исследования различных проблем и вопросов, связанных с принятием управленческих компромиссных решений между потенциальными участниками проектов.

ВВЕДЕНИЕ

В широком смысле финансовая математика – это любые финансовые вычисления для достижения какой-либо цели. Коммерческие и финансовые вычисления сопровождают нас постоянно. В каком банке хранить деньги? Какой вид вклада лучше всего выбрать? Положить ли деньги в банк или закупить товары впрок? Обменять ли средства на иностранную валюту или положить их в банк? Ехать ли за товарами на оптовый рынок или покупать их в ближайшем магазине? Подобные вопросы постоянно возникают перед людьми. Поэтому задачи, формально, относящиеся к области финансовой математики приходится решать очень часто.

С развитием денежного обращения и используемого в расчетах математического аппарата совершенствовались и финансовые вычисления, они стали необходимыми для успешного проведения любой коммерческой деятельности. Вместе с современными методами анализа и моделирования финансовых ситуаций финансовые вычисления переросли в новое, все более влиятельное направление организации и управления предпринимательской деятельности – финансовый менеджмент.

Но ядром финансового менеджмента остается финансовая математика – вполне определенный круг финансовых вычислений. Речь идет, прежде всего, об аппарате и методах расчетов, необходимых при финансовых операциях, когда оговариваются значения трех параметров: стоимостные характеристики (размеры платежей, кредитов, долговых обязательств) временные данные (даты и сроки выплат, отсрочки платежей, продолжительность льготных периодов), специфические элементы (процентные и учетные ставки). Все эти параметры равноправны, игнорирование какого-либо одного из них может привести к нежелательным финансовым последствиям для одной из участвующих сторон.

Между различными видами параметров существуют функциональные зависимости. Изучение этих зависимостей и разработка на их основе методов решения финансовых задач – важнейшее направление деятельности специалистов в области финансов.

Финансовая математика имеет сугубо практическое значение. Она применяется в банковском и сберегательном деле, страховании, в работе финансовых организаций, торговых фирм и инвестиционных компаний, фондовых и валютных бирж, во внешнеэкономической деятельности, Но не следует полагать, что с помощью финансовой математики решаются все проблемы финансово-банковской и инвестиционной практики. Если предприятие хочет сохранить прочное положение на рынке и не утратить части стоимости, то оно должно обеспечить своим инвесторам требуемый уровень доходности. Это необходимо и для привлечения новых инвестиций. Поэтому нужно владеть навыками разработки методов оценки инвестиций, позволяющие сравнить конкурирующие между собой инвестиционные проекты.

Методологической базой изучения дисциплин «Инвестиционный анализ», «Экономическая оценка инвестиций» являются теоретические и практические разработки российских и зарубежных ученых и экономистов, законодательные и нормативные акты органов государственного управления по регулированию инвестиционной деятельности в российской Федерации.

Основные понятия финансовой математики

Методы и понятия финансовой математики обязательно используются в качестве исходных инструментов при создании более сложных методов количественного инвестиционного анализа. С рассмотрения основных понятий финансовой математики мы и начнем.

Проценты – это доход от предоставления капитала в долг. Будем обозначать проценты латинской буквой I. *Процентная ставка* – это величина, которая характеризует интенсивность начисления процентов.

Исходную инвестированную сумму будем называть первоначальной суммой и обозначать латинской буквой P. *Наращенная сумма* S – это первоначальная сумма P + проценты I: $S = P + I$. *Коэффициент наращения* k показывает, во сколько раз выросла первоначальная сумма: $k = S/P$.

Период начисления – это промежуток времени, за который начисляются проценты. *Интервал начисления* – это минимальный промежуток времени, по прошествии, которого происходит начисление процентов. Например, первоначальная сумма может быть инвестирована на 2 года (период начисления), а проценты на нее будут начисляться каждый квартал (интервал начисления).

Различают два способа начисления процентов: декурсивный и антисипативный. При *декурсивном способе* проценты начисляются в конце каждого интервала начисления. Декурсивная процентная ставка называется *ссудным процентом*. При *антисипативном (предварительном) способе* проценты начисляются в начале каждого интервала начисления. Антисипативная процентная ставка называется *учетной ставкой*.

В обоих способах начисления процентов процентные ставки могут быть либо *простыми* (в течение всего периода начисления применяются к первоначальной сумме), либо *сложными* (в каждом интервале начисления применяются к текущей наращенной сумме).

РАЗДЕЛ 1

ПРОСТЫЕ СТАВКИ ССУДНЫХ ПРОЦЕНТОВ

Пусть P – первоначальная сумма, S – наращенная сумма, i – годовая процентная ставка (проценты простые). Так как проценты простые, то в течение всего периода начисления они применяются к первоначальной сумме P.

Предположим, что первоначальная сумма P была помещена в банк под i процентов годовых (проценты простые).

Прошел 1 год. Тогда наращенная сумма $S = P$ (первоначальная сумма) + iP (проценты) = $P(1 + i)$.

Прошел еще 1 год (то есть вклад лежит уже 2 года). Тогда наращенная сумма после двух лет $S = P(1 + i)$ (наращенная сумма после одного года + iP (проценты) = $P(1 + 2i)$.

Прошел еще 1 год (то есть вклад лежит уже 3 года). Тогда наращенная сумма после трех лет $S = P(1 + 2i)$ (наращенная сумма после двух лет + iP (проценты) = $P(1 + 3i)$. И т. д.

Если n – период начисления процентов (в годах), то наращенная сумма через n лет $S = P(1 + ni)$.

Пример 1

Первоначальная сумма $P = 5000$ руб. помещена в банк на $n = 2$ года под $i = 15$ % годовых (проценты простые).

Тогда наращенная сумма после двух лет $S = P(1 + 2i) = = 5000 (1 + 2\times0,15) = 6500$ руб.

Задача 1

Первоначальная сумма P = 7000 руб. помещена в банк на n = 0,5 года под i = 10 % годовых (проценты простые) Найти наращенную сумму.

Зная первоначальную сумму P, наращенную сумму S, простую годовую процентную ставку i, можно определить период начисления n (в годах), $S = P(1 + ni) \Rightarrow 1 + ni =$ $= S/P - 1 = n = \dfrac{S - P}{iP}$.

Пример 2

Первоначальная сумма P = 3000 руб. наращенная сумма S = 4500 руб., i = 20 % годовых (проценты простые).

Тогда период начисления $n = \dfrac{S - P}{iP} = \dfrac{4500 - 3000}{0{,}2 \cdot 3000} =$ $= 2{,}5$ года.

Задача 2

Первоначальная сумма P = 6000 руб., наращенная сумма S = 7200 руб., i = 10 % годовых (проценты простые). Найти период начисления.

Зная первоначальную сумму P, наращенную сумму S, период начисления n (в годах), можно определить простую годовую процентную ставку i: $S = P(1 + ni) \Rightarrow 1 +$ $+ ni = S/P \Rightarrow ni = S/P - 1 = i = \dfrac{S - P}{nP}$.

Пример 3

Первоначальная сумма P = 2000 руб. наращенная сумма S = 2200 руб., период начисления n = 0,5 года. Тогда простая процентная ставка $i = \frac{S-P}{nP} = \frac{2200-2000}{0,5 \cdot 2000} =$ $= 0,2$ ($i = 20$ % годовых).

Задача 3

Первоначальная сумма P = 3000 руб., наращенная сумма S = 3300 руб., период начисления n = 0,5 года (проценты простые). Найти простую процентную ставку.

1.1. Математическое дисконтирование

Математическое дисконтирование называется операция, когда по наращенной сумме S, периоду начисления n и простой процентной ставке i нужно определить первоначальную сумму P : $S = P(1 + ni) \Rightarrow P = \frac{S}{1+ni}$.

Пример 4

Наращенная сумма S = 7000 руб., период начисления n = 0,25 года (один квартал), простая процентная ставка i = 12 % годовых. Тогда первоначальная сумма $P =$ $= \frac{S}{1+ni} = \frac{7000}{1+0,25 \times 0,12} \approx 6796,12$ руб.

Задача 4

Наращенная сумма S = 6000 руб., период начисления n = 0,5 года, простая процентная ставка i = 15 % годовых. Найти первоначальную сумму.

1.2. Английская, немецкая и французская практики начисления процентов

В формуле $S = P(1 + ni)$ период начисления n измеряется в годах. Это не всегда удобно, так как период начисления может быть меньше года (например, с 18 марта 2007 года по 20 октября 2007 года). В этом случае полагают $n = t/K$, где t период начисления в днях), K – продолжительность года (в днях). Тогда $S = P(1 + it/K)$. Дата выдачи и дата погашения ссуды всегда считаются за один день.

В *немецкой практике* начисления процентов один полный месяц равен 30 дням, продолжительность года K = 360 дней.

Во *французской практике* период начисления процентов равен фактическому сроку, продолжительность года K = 360 дней.

В *английской практике* период начисления процентов равен фактическому сроку, продолжительность года K = 365 дней (невисокосный год) или 366 дней (високосный год).

Пример 5

Первоначальная сумма P = 3000 руб. помещена в банк под i = 12 % годовых (проценты простые) на срок с 18 марта 2007 года по 20 октября 2007 года. Найдем наращенную сумму в каждой из практик начисления процентов.

В немецкой практике начисления процентов продолжительность года K = 360 дней, t = 14 (март) + 30 (апрель, май, июнь, июль, август, сентябрь) + 20 (октябрь) – 1 день (день открытия и день закрытия счета всегда считаются за один день) = 213 дней. Тогда $S =$ $= P(1 + it/K) = 3000\times(1 + 0{,}12\times213/360) = 3213$ руб.

Во французской практике продолжительность года $K = 360$ дней, $t = 14$ (март) + 30 (апрель) + 31 (май) + + 30 (июнь) + 31 (июль) + 31 (август) + 30 (сентябрь) + + 20 (октябрь) – 1 день (день открытия и день закрытия счета всегда считаются за один день) = 216 дней. Тогда $S = P(1 + it/K) = 3000(1 + 0{,}12\times216/360) = 3216$ руб.

В английской практике продолжительность года $K = 365$ дней, $t = 216$ дней. Тогда $S = P(1 + it/K) =$ $= 3000(1 + 0{,}12\times216/365) = 3213{,}04$ руб.

Задача 5

Первоначальная сумма $P = 2000$ руб. помещена в банк под $i = 15$ % годовых на срок с 19 февраля 2007 года по 27 ноября 2007 года. Найти наращенную сумму в каждой из практик начисления процентов.

1.3. Случай изменения простой ставки ссудного процента

Пусть на интервалах начисления (в годах) $n_1, n_2, \ldots, n_k$ применялись простые процентные ставки $i_1, i_2, \ldots, i_k$ соответственно. Тогда наращенная сумма $S = P(1 + n_1i_1 +$ $+ n_2i_2 + \ldots + n_ki_k) = P\left(1+\sum_{j=1}^{k} n_j i_j\right)$.

Пример 6

Первоначальная сумма $P = 3000$ руб. В первой половине года применялась простая процентная ставка $i_1 = 15$ %

годовых, во второй половине года применялась простая процентная ставка i_2 = 12 % годовых.

Тогда процентная сумма $S = P(1 + n_1i_1 + n_2i_2) =$ $= 3000(1 + 0{,}5\cdot0{,}15 + 0{,}5\cdot0{,}12) = 3405$ руб.

Задача 6

Первоначальная сумма P = 4000 руб. В первой половине года применялась простая процентная ставка i_1 = 11 % годовых, во второй половине года применялась простая процентная ставка i_2 = 14 % годовых. Найти наращенную сумму.

РАЗДЕЛ 2

ПРОСТЫЕ УЧЕТНЫЕ СТАВКИ

Это антисипативный способ начисления простых процентов. Сумма получаемого дохода рассчитывается исходя из наращенной суммы S. S – это, величина получаемого кредита. Заемщик получает в начале периода начисления процентов сумму $P = S – D$, где D – это дисконт (разность между размером кредита S и непосредственно выданной суммой P). Такая операция называется *дисконтированием по простой учетной ставке (банковским учетом)*.

Пусть d – простая учетная ставка, n –период начисления процентов (в годах). Тогда $D = nd\,S$ и $P = S – D = S –$ $– nd\,S = S(1 – nd)$.

На практике простые учетные ставки применяются при учете (покупке) векселей.

Пример 7

Кредит $S = 7000$ руб. выдается на $n = 0{,}5$ года по простой учетной ставке $d = 11$ % годовых. Тогда заемщик получит сумму $P = S(1 – nd) = 7000(1 – 0.5\cdot 0{,}11) = 6615$ руб.

Задача 7

Кредит $S = 8000$ руб. выдается на $n = 0{,}25$ года (один квартал) по простой учетной ставке $d = 12$ % годовых. Какую сумму получит заемщик?

Если период начисления меньше года (например, с 18 марта по 20 октября), то полагают $n = t/K$, где K – продолжительность года (в днях), t – период начисления (в днях). Тогда $P = S(1 – dt/K)$.

Пример 8

Вексель на сумму S = 20000 руб. с датой погашения 24 ноября 2007 года был учтен банком 11 августа 2007 года по простой учетной ставке d = 12 % годовых. Продолжительность года K = 365 дней. Определим, какая сумма была выплачена банком.

t = 21 (август) + 30 (сентябрь) + 31 (октябрь) + 27 (ноябрь) – 1 день = 108 дней. $P = S(1 - dt/K) = 20000(1 – 0{,}12\times108/365) = = 19289{,}86$ руб.

Задача 8

Вексель на сумму S = 15000 руб. с датой погашения 25 октября 2007 года был учтен банком 9 сентября 2007 года по простой учетной ставке d = 15 % годовых. Продолжительность года K = 365 дней. Определим, какая сумма была выплачена банком.

Зная P, n, d можно найти S. $P = S(1 – nd)$. Тогда $S = P/(1 – nd)$.

Пример 9

Вексель учтен банком за n = 0,5 года до даты погашения по простой учетной ставке d = 14 % годовых. Банк выплатил сумму P = 15000 руб. Определим номинальную стоимость векселя.

$$S = P/(1 – nd) = 15000 / (1 – 0{,}5\cdot0{,}14) = 16129{,}03 \text{ руб.}$$

Задача 9

Вексель учтен банком за n = 0,25 года до даты погашения по простой учетной ставке d = 15 % годовых. Банк выплатил сумму P = 7000 руб. Определим номинальную стоимость векселя.

Зная P, n, S можно найти S. $P = S(1 - nd) \Rightarrow P/S = 1 - nd \Rightarrow nd = 1 - P/S = (S - P)/S \Rightarrow d = \frac{S - P}{nS}$.

Пример 10

Вексель номинальной стоимостью S = 12000 руб. учтен банком за n = 0,5 года до даты погашения. Банк выплатил сумму P = 11500 руб. Определим простую учетную ставку d.

$$d = \frac{S - P}{nS} = \frac{12000 - 11500}{0{,}5 \cdot 12000} \approx 0{,}08 \ (= 8\ \%\ \text{годовых})\ .$$

Задача 10

Вексель номинальной стоимостью S = 10000 руб. учтен банком за n = 0,25 года до даты погашения. Банк выплатил сумму P = 9600 руб. Определим простую учетную ставку d.

Зная P, n, S можно найти период начисления процентов (в годах). $n = \frac{S - P}{dS}$. Если $n = t/K = \frac{S - P}{dS} \Rightarrow t = \frac{K(S - P)}{dS}$.

Пример 11

Кредит S = 9000 руб. выдается по простой учетной ставке d = 12 % годовых. Заемщик получил сумму P =

= 8000 руб. Продолжительность года K = 365 дней. Определить на какой срок был выдан кредит.

$$t = \frac{K(S-P)}{dS} = \frac{365(9000 - 8000)}{0{,}12 \cdot 9000} = 338 \text{ дней.}$$

Задача 11

Кредит S = 11000 руб. выдается по простой учетной ставке d = 14 % годовых. Заемщик получил сумму P = = 10500 руб. Продолжительность года K = 365 дней. Определить на какой срок был выдан кредит.

РАЗДЕЛ 3

СЛОЖНЫЕ СТАВКИ ССУДНЫХ ПРОЦЕНТОВ

Пусть P – первоначальная сумма, S – наращенная сумма, i – годовая процентная ставка (проценты сложные). Так как проценты сложные, то в конце каждого интервала начисления, процентная ставка применяется к наращенной сумме на начало этого интервала начисления.

Предположим, что первоначальная сумма P была помещена в банк под i процентов годовых (проценты сложные).

Прошел 1 год. Тогда наращенная сумма $S = P$ (сумма на начало этого интервала начисления) $+ iP$ (проценты) $= P(1 + i)$

Прошел 1 год (то есть вклад лежит уже 2 года). Тогда наращенная сумма после двух лет $S = P(1 + i)$ (наращенная сумма после одного года) $+ iP(1 + i)$ (проценты) $= P(1 + i)(1 + i) = P(1 + i)^2$.

Прошел 1 год (то есть вклад лежит уже 3 года). Тогда наращенная сумма после трех лет $S = P(1 + i)^2$ (наращенная сумма после двух лет) $+ iP(1 + i)^2$ (проценты) $= P(1 + i)^2(1 + i) = P(1 + i)^3$. И т. д.

Если n – период начисления процентов (в годах), то наращенная сумма через n лет $S = P(1 + i)^n$.

Пример 12

Первоначальная сумма $P = 5000$ руб. помещена в банк $n = 2$ года под $i = 15$ % годовых (проценты сложные).

Тогда наращенная сумма после двух лет $S = P(1 + i)^n = 5000(1 + 0{,}15)^2 = 6612{,}5$ руб.

Задача 12

Первоначальная сумма P = 7000 руб. помещена в банк n = 3 года под i = 10 % годовых (проценты сложные). Найти наращенную сумму.

Зная первоначальную сумму P, наращенную сумму S, сложную годовую процентную ставку i, можно определить период начисления n (в годах):

$$S = P(1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = S/P \Rightarrow \ln(1+i)^n = \ln(S/P) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n\ln(1+i) = \ln(S/P) \Rightarrow n = \ln(S/P)/\ln(1+i).$$

Пример 13

Первоначальная сумма P = 3000 руб., наращенная сумма S = 4500 руб., i = 20 % годовых (проценты сложные).

Тогда период начисления

$$n = \ln(S/P)/\ln(1+i) = \frac{\ln(4500/3000)}{\ln(1+0{,}2)} \approx 2{,}2 \text{ года.}$$

Задача 13

Первоначальная сумма P = 6000 руб., наращенная сумма S = 7200 руб., i = 10 % годовых (проценты сложные). Найти период начисления.

Зная первоначальную сумму P, наращенную сумму S, период начисления n (в годах), можно определить сложную годовую процентную ставку i:

$$S = P(1+i)^n \Rightarrow (1+i)^n = S/P \Rightarrow 1+i =$$

$$= \sqrt[n]{S/P} \Rightarrow i = \sqrt[n]{S/P} - 1.$$

Пример 14

Первоначальная сумма P = 2000 руб., наращенная сумма S = 3500 руб., период начисления n = 3 года.

Тогда сложная процентная ставка:

$$i = \sqrt[n]{S/P} - 1 = \sqrt[n]{3500/2000} - 1 \approx$$

$$\approx 0{,}205 (= 20{,}5\ \%\ \text{годовых}).$$

Задача 14

Первоначальная сумма P = 3000 руб., наращенная сумма S = 4000 руб., период начисления n = 2 года. Найти сложную процентную ставку.

3.1. Математическое дисконтирование

Математическим дисконтированием называется операция, когда по наращенной сумме S, период начисления n и сложной процентной ставки i нужно определить первоначальную сумму P. Это делается следующим образом:

$$S = P(1+i)^n \Rightarrow P = S/(1+i)^n = S(1+i)^{-n}.$$

Пример 15

Наращенная сумма S = 7000 руб., период начисления n = 2 года, сложная процентная ставка i = 12 % годовых. Тогда первоначальная сумма

$$P = S(1+i)^n \Rightarrow 7000(1+0{,}12)^2 \approx 5580{,}36 \text{ руб.}$$

Задача 15

Наращенная сумма S = 6000 руб., период начисления n = 3 года, сложная процентная ставка i = 15 % годовых. Тогда первоначальная сумма?

3.2. Случай, когда период начисления не является целым числом

Если период начисления n не является целым числом, то формула $S = P(1+i)^n$ дает приблизительный (и весьма неточный) результат. Поэтому используют другой подход.

Определение. Целая часть $[n]$ числа n – это наибольшее целое число, не превосходящее n.

Пример 16

$$[1{,}6] = 1,\ [-2{,}5] = -3,\ [0{,}7] = 0,\ [5] = 5.$$

Задача 16

Чему равны целые части чисел –3,5 и 2,9?

Определение. Дробная часть $\{n\}$ числа n – это разность между числом n и его целой частью: $\{n\} = n - [n]$. Всегда $0 \le \{n\} < 1$.

Пример 17

{1,6} = 0,6; [–2,3] = 0,7; {0,7} = 0,7 {5} = 0.

Задача 17

Чему равны дробные части чисел –3,5 и 2,9?

Если период начисления n не является целым числом, то $n = [n]$ (целая часть) + $\{n\}$ (дробная часть).

Тогда наращенная сумма $S = P(1+i)^{[n]}(1+\{n\}i)$.

Пример 18

Первоначальная сумма $P = 6000$ руб., помещена в банк на $n = 2{,}5$ года под $i = 20$ % годовых (проценты сложные). Найдем наращенную сумму двумя способами:

$$S = P(1+i)^n = 6000(1+0{,}2)^{2{,}5} \approx 9464{,}65 \text{ руб.}$$

Смешанный метод:

$$S = P(1+i)^{[n]}(1+\{n\}i) = 6000(1+0{,}2)^2(1+$$

$$+0{,}5\cdot 0{,}2) = 9504 \text{ руб.}$$

Задача 18

Первоначальная сумма $P = 8000$ руб., помещена в банк на $n = 2{,}25$ года под $i = 15$ % годовых (проценты сложные). Найдем наращенную сумму двумя способами.

3.3. Случай изменения сложной ставки ссудного процента

Пусть на интервалах начисления (в годах) n_1, n_2, …, n_k применялись сложные процентные ставки i_1, i_2, …, i_k соответственно. Тогда наращенная сумма

$$S = P(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2}...(1+i_k)^{n_k} = P\prod_{j=1}^{k}(1+i_j)^{n_j}.$$

Пример 19

Первоначальная сумма P = 3000 руб., n_1 = 2 года применялась сложная процентная ставка i_1 = 15 % годовых, затем n_2 = 3 года применялась сложная процентная ставка i_2 = 12 % годовых.

Тогда наращенная сумма

$$S = P(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2} = 3000(1 +$$

$$+\ 0{,}15)^2(1+0{,}12)^3 \approx 5574{,}05 \text{ руб.}$$

Задача 19

Первоначальная сумма P = 4000 руб., n_1 = 3 года применялась сложная процентная ставка i_1 = 11 % годовых, затем n_2 = 2 года применялась сложная процентная ставка i_2 = 14 % годовых. Найти наращенную сумму.

3.4. Начисление сложных процентов несколько раз в году. Номинальная процентная ставка

Начисление сложных процентов может происходить несколько раз в году. В этом случае указывают *номинальную процентную ставку* j, на основании которой рассчитывают процентную ставку для каждого интервала начисления.

Если в году m интервалов начисления, то на каждом из них процентная ставка равна j/m. Тогда наращенная сумма $S = P(1 + j/m)^{nm}$. Аналогично вышесказанному из этой формулы можно выразить любую величину через остальные:

$$P = S/(1 + j/m)^{nm},\ n = \frac{\ln(S/P)}{m\ln(1 + j/m)},\quad j = m(\sqrt[nm]{S/P} - 1).$$

Пример 20

Первоначальная сумма $P = 7000$ руб., период начисления $n = 2$ года, сложная процентная ставка $j =$ $= 12$ % годовых ежеквартально. Найдем наращенную сумму.

$m = 4$ (в году 4 квартала). Тогда наращенная сумма: $S = P(1 + j/m)^{nm} = 7000(1 + 0{,}12/4)^{2\times 4} = 8867{,}39$ руб.

Задача 20

Первоначальная сумма $P = 6000$ руб., период начисления $n = 3$ года, сложная процентная ставка $j = 12$ % годовых (ежеквартально) ежемесячно. Найти наращенную сумму.

3.5. Непрерывное начисление сложных процентов

$S = P(1 + j/m)^{nm}$. Устремим продолжительность интервала начисления к нулю, то есть $m \to \infty$. Это *непрерывное начисление сложных процентов*.

Тогда $S = \lim\limits_{m\to\infty} P(1+ j/m)^{nm} = P \lim\limits_{m\to\infty}(1+ j/m)^{\frac{nm}{j} j} =$

$= P \lim\limits_{m\to\infty}((1+ j/m)^{\frac{m}{j}})^{nj}$. Но $\lim\limits_{m\to\infty}(1+ j/m)^{\frac{m}{j}}) = \mathrm{e}$ (второй замечательный предел). Тогда $S = P\mathrm{e}^{nj}$.

Отсюда $P = S/\mathrm{e}^{nj}$, $j = \dfrac{\ln(S/P)}{n}$, $n = \dfrac{\ln(S/P)}{j}$.

Пример 21

Первоначальная сумма $P = 7000$ руб., период начисления $n = 2$ года, сложная процентная ставка $j = 12$ % годовых. Начисление процентов происходит непрерывно. Найдем наращенную сумму.

$$S = P\mathrm{e}^{nj} = 7000\mathrm{e}^{2\times 0,12} \approx 8896,74 \text{ руб.}$$

Задача 21

Найти наращенную сумму в задаче 20 при непрерывном начислении процентов. Сравнить с результатом задачи 20.

РАЗДЕЛ 4

УЧЕТ ИНФЛЯЦИОННОГО ОБЕСЦЕНЕНИЯ ДЕНЕГ

Инфляция характеризуется обесценением национальной валюты (то есть снижением ее покупательской способности) и общим повышением цен в стране. Рассмотрим влияние инфляции на финансовые операции.

4.1. Уровень (темп) инфляции, индекс инфляции

Пусть S – это сумма денег, для которой рассматривается покупательная способность при отсутствии инфляции. S_α – это сумма денег, покупательная способность которой с учетом инфляции равна покупательной способности суммы S при отсутствии инфляции, то есть один и тот же набор товаров можно купить на суммы S (при отсутствии инфляции) и S_α (с учетом инфляции). Понятно, что $S_\alpha > S$.

Обозначим $\Delta S = S_\alpha - S$. Тогда величина $\alpha = \Delta S/S = (S_\alpha - S)/S$ называется *уровнем (темпом) инфляции*. Это индекс прироста. Он показывает, на сколько процентов в среднем выросли цены за рассматриваемый товар.

$\Delta S = S_\alpha - S \Rightarrow S_\alpha = S + S_\alpha$. Но $\alpha = \Delta S/S \Rightarrow \Delta S = \alpha S$. Тогда $S_\alpha = S + \Delta S = S + \alpha S = S(1 + \alpha)$. Величину $I_и = 1 + \alpha$ называют *индексом инфляции*. Это индекс роста. Он показывает, во сколько раз в среднем выросли цены за рассматриваемый период.

Пример 22

Каждый месяц, цены растут на 1,5 %. Каков ожидаемый уровень инфляции за год?

Распространен неправильный ответ 12×1,5 = 18 %. Но ведь цены растут на 1,5 % каждый месяц от достигнутого уровня. То есть рост идет по сложной процентной ставке. Тогда годовой индекс инфляции, $I_{\text{и}}^{\text{год}} = (1 + 0{,}015)^{12} \approx 1{,}2,$ то есть цены за год вырастут в 1,2 раза, или на 20 %.

Задача 22

Каждый месяц, цены растут на 2 %. Каков ожидаемый уровень инфляции за год?

Пример 23

Уровень инфляции в марте составил 2 %, в апреле – 1 %, в мае – 3 %.

Тогда индекс инфляции за рассматриваемый период равен (1 + 0,02)(1+0,01)(1 + 0,03) ≈ 1,061, то есть уровень инфляции за рассматриваемый период составил 6,1 %.

Задача 23

Уровень инфляции в марте составил 3 %, в апреле – 5 %, в мае – 3 %. Каков уровень инфляции за рассматриваемый период?

Рассмотрим теперь способы начисления процентов в условиях инфляции. Мы ограничимся только случаями простых и сложных ставок ссудного процента.

4.2. Ставка, учитывающая инфляцию, для случая простых процентов. Формула Фишера

Пусть P – первоначальная сумма, n – период начисления, i – годовая простая ставка ссудного процента. Тогда наращенная сумма $S = P(1 + ni)$. Эта сумма не учитывает инфляцию.

Пусть уровень инфляции за рассматриваемый период n равен α. S_α – это сумма денег, покупательная способность которой с учетом инфляции равна покупательной способности суммы S при отсутствии инфляции. Тогда $S_\alpha =$ $= S(1 + \alpha)$ (см. 4.1) $= P(1 + ni)(1 + \alpha)$.

Но сумму S_α можно получить, поместив первоначальную сумму P на срок n под простую ставку ссудных процентов i_α, учитывающую инфляцию: $S_\alpha = P(1 + ni_\alpha)$.

Отсюда $P(1 + ni)(1 + \alpha) = P(1 + ni_\alpha) \Rightarrow (1 + ni)(1 + \alpha) =$ $= 1 + ni_\alpha \Rightarrow 1 + ni + \alpha + ni\alpha = 1 + ni_\alpha \Rightarrow i_\alpha = (ni + \alpha + ni\alpha)\,/n$. Именно под такую простую ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму на срок n, чтобы при уровне инфляции, а за рассматриваемый период обеспечить реальную доходность в виде годовой простой ставки ссудных процентов i.

Если $n = 1$ год, то $i_\alpha = i + \alpha + i\alpha$. Это *формула Фишера*.

Величина $\alpha + i\alpha$ называется *инфляционной премией*.

$ni + \alpha + ni\alpha = ni_\alpha \Rightarrow i = (ni_\alpha - \alpha) / (ni_a + n\alpha)$. Это *формула реальной доходности* в виде годовой простой ставки ссудных процентов для случая, когда первоначальная сумма была инвестирована под простую ставку ссудных процентов i_α на срок n при уровне инфляции α за рассматриваемый период.

Пример 24

Период начисления $n = 3$ месяца, ожидаемый ежемесячный уровень инфляции 2 %. Под какую простую ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму, чтобы обеспечить реальную доходность $i = 5$ % годовых (проценты простые)?

Ожидаемый уровень инфляции за период начисления $n = 3$ месяца = 0,25 года $I_и = (1 + 0{,}02)^3 = 1{,}061$, то есть уровень инфляции α за рассматриваемый период $\alpha = 0{,}061$. Тогда $i_\alpha = (ni + \alpha + ni\alpha)/n = (0{,}25\times0{,}05 + 0{,}061 +$ $+ 0{,}25\times0{,}05\times0{,}061)/0{,}25 \approx 0{,}297$ (= 29,7 % годовых).

Задача 24

Период начисления $n = 6$ месяца, ожидаемый ежемесячный уровень инфляции 1,5 %. Под какую простую ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму, чтобы обеспечить реальную доходность $i = 6$ % годовых (проценты простые)?

Пример 25

Первоначальная сумма положена на срок апрель-июнь под простую ставку ссудных процентов $i_\alpha = 15$ % годовых. Уровень инфляции в апреле составил 1 %, в мае – 1,5 %, в июне – 2 %. Какова реальная доходность в виде годовой простой ставки ссудных процентов?

Индекс инфляции за рассматриваемый период $n = 3$ месяца = 0,25 года $I_и = (1 + 0{,}01)(1 + 0{,}015)(1 + 0{,}02) =$ $= 1{,}046$, то есть уровень инфляции за рассматриваемый период $\alpha = 0{,}046$. Тогда реальная доходность в виде годовой простой ставки ссудных процентов $i = (ni_\alpha - \alpha)$ /

$/(ni\alpha + n\alpha) = (0{,}25\times 0{,}15 - 0{,}046)/ /(0{,}25\times 0{,}15 + 0{,}25\times 0{,}046) \approx \approx -0{,}033$(= –3,3 % годовых), то есть операция убыточна.

Задача 25

Первоначальная сумма положена на срок январь-июнь под простую ставку ссудных процентов i_α = 25 % годовых. Уровень инфляции в январе составил 0,5 %, в феврале – 2 %, в марте – 1 %, в апреле – 0,5 %, в мае – 3 %, в июне – 1 %. Какова реальная доходность в виде годовой простой ставки ссудных процентов?

4.3. Ставка, учитывающая инфляцию, для случая сложных процентов

Пусть P – первоначальная сумма, n – период начисления, i – годовая сложная ставка ссудного процента. Тогда наращенная сумма $S = P(1 + i)^n$. Эта сумма не учитывает инфляцию.

Пусть уровень инфляции за рассматриваемый период n равен α. S_α – это сумма денег, покупательная способность которой с учетом инфляции равна покупательной способности суммы S при отсутствии инфляции. Тогда $S_\alpha = S(1 + \alpha)$ (см. 4.1) $= P(1 + i)^n(1 + \alpha)$.

Но сумму S_α можно получить, поместив первоначальную сумму P на срок n под сложную ставку ссудных процентов i_α, учитывающую инфляцию: $S_\alpha = P(1 + i_\alpha)^n$.

Отсюда $P(1 + i)^n(1 + \alpha) = P(1 + i_\alpha)^n \Rightarrow (1 + i)^n(1 + \alpha) = = (1 + i_\alpha)^n \Rightarrow (1 + i)\sqrt[n]{1+\alpha} = 1 + i_\alpha \Rightarrow i_\alpha = (1+i)\sqrt[n]{1+\alpha} - 1.$ Именно под такую сложную ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму на срок n, чтобы при уровне инфляции, а за рассматриваемый период обеспечить реальную доходность в виде сложной годовой ставки ссудных процентов i.

$(1 + i)\sqrt[n]{1+\alpha} = 1 + i_\alpha \Rightarrow i = (1 + i_\alpha)\sqrt[n]{1+\alpha} - 1$. Это *формула реальной доходности* в виде сложной годовой ставки ссудных процентов для случая, когда первоначальная сумма была инвестирована под сложную ставку ссудных процентов i_α на срок n при уровне инфляции α за рассматриваемый период.

Пример 26

Период начисления $n = 3$ года, ожидаемый ежегодный уровень инфляции 14 %. Под какую сложную ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму, чтобы обеспечить реальную доходность $i = 5$ % годовых (проценты сложные)?

Ожидаемый уровень инфляции за период начисления $n = 3$ года $I_и = (1 + 0,14)^3 \approx 1,48$, то есть уровень инфляции α за рассматриваемый период $\alpha = 0,48$.

Тогда $i_\alpha = (1 + i)\sqrt[n]{1+\alpha} - 1 = (1+0,05)\sqrt[3]{1+0,48} - 1 \approx 0,097$ (= 19,7 % годовых).

Задача 26

Период начисления $n = 2$ года, ожидаемый ежегодный уровень инфляции 12 %. Под какую сложную ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму, чтобы обеспечить реальную доходность $i = 6$ % годовых (проценты сложные)?

Пример 27

Первоначальная сумма положена на $n = 3$ года под сложную ставку ссудных процентов $i_\alpha = 20$ % годовых.

Уровень инфляции за 1-й год составил 16 %, за 2-й год – 14 %, за 3-й год – 13 %. Какова реальная доходность в виде сложной годовой ставки ссудных процентов?

Индекс инфляции на рассматриваемый период $n = 3$ года $I_{и} = (1 + 0{,}16)\,(1 + 0{,}14)\,(1 + 0{,}13) \approx 1{,}494$, то есть уровень инфляции α за рассматриваемый период $\alpha = 0{,}494$. Тогда реальная доходность в виде сложной годовой ставки ссудных процентов

$$i = (1 + i_{\alpha})/\sqrt[n]{1+\alpha} - 1 = (1+0{,}2)\big/\sqrt[3]{1+0{,}494} - 1 \approx$$

$$\approx 0{,}05\,(= 5\ \%\ \text{годовых}).$$

Задача 27

Первоначальная сумма положена на $n = 2$ года под сложную ставку ссудных процентов $i_{\alpha} = 15$ % годовых. Уровень инфляции за 1-й год составил 12 %, за 2-й год – 14 %. Какова реальная доходность в виде сложной годовой ставки ссудных процентов?

Замечание. Аналогично можно найти процентную ставку, учитывающую инфляцию, и для других процентных ставок.

РАЗДЕЛ 5

СРАВНЕНИЕ ОПЕРАЦИЙ

В предыдущих главах мы изучили простые и сложные процентные ставки, простые и сложные учетные ставки. Очень часто перед инвестором стоит задача выбора одного из этих вариантов инвестирования первоначальной суммы. Как выбрать вариант, при котором наращенная сумма будет максимальна? Возникает задача сравнения между собой различных процентных и учетных ставок.

Две ставки называются *эквивалентными*, если при одинаковой первоначальной сумме P и на одинаковом периоде начисления n они приводят к одинаковой наращенной сумме S. При сравнении двух ставок из разных классов для одной из них находят эквивалентную ей ставку из другого класса и проводят сравнение двух ставок из одного класса.

5.1. Нахождение эквивалентной простой процентной ставки для простой учетной ставки

Пусть P – первоначальная сумма, n – период начисления. При использовании простой процентной ставки i наращенная сумма $S_1 = P(1 + ni)$. При использовании простой учетной ставки d наращенная сумма $S_2 = P(1 + nd)$.

Так как ставки эквиваленты, то наращенные суммы равны: $S_1 = S_2$, то есть $P(1 + ni) = P(1 + nd)$.

Отсюда

$$1 + ni = \frac{1}{1-nd} \Rightarrow ni = \frac{1}{1-nd} - 1 = \frac{nd}{1-nd} \Rightarrow i = \frac{d}{1-nd}.$$

Пример 28

Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на n = 0,25 года лучше: под простую процентную ставку 16 % годовых или под простую учетную ставку 15 % годовых?

Найдем эквивалентную простую процентную ставку для простой учетной ставки d = 15 % годовых на периоде начисления n = 0,25 года.

$$i = \frac{d}{1-nd} = \frac{0{,}15}{1-0{,}25 \cdot 0{,}15} \approx 0{,}156 \text{ (= 15,6 \% годовых)} < 0{,}16.$$

Задача 28

Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на n = 0,5 года лучше: под простую процентную ставку 18 % годовых или под простую учетную ставку 16 % годовых?

Замечание. Выразив из равенства $i = \dfrac{d}{1-nd}$ ставку d через i $\left(d = \dfrac{i}{1-ni}\right)$, мы найдем эквивалентную простую учетную ставку в для простой процентной ставки i.

5.2. Нахождение эквивалентной простой процентной ставки для сложной процентной ставки

Пусть P – первоначальная сумма, n – период начисления. При использовании простой процентной ставки i наращенная сумма $S_1 = P(1 + ni)$. При использовании сложной процентной ставки $i_{сл}$ наращенная сумма $S_2 = P(1 + i_{сл})^n$.

Так как ставки эквиваленты, то наращенные суммы равны: $S_1 = S_2$, то есть $P(1 + ni) = P(1 + i_{сл})^n$.

Отсюда $1 + ni = (1 + i_{сл})^n \Rightarrow i = ((1 + i_{сл})^n - 1)/n$.

Пример 29

Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на $n = 3$ года лучше: под простую процентную ставку 18 % годовых или под сложную процентную ставку 15 % годовых?

Найдем эквивалентную простую процентную ставку для сложной процентной ставки $i_{сл}$ = 15 % годовых на периоде начисления $n = 3$ года.

$i = ((1 + i_{сл})^n - 1)/n = ((1 + 0{,}15)^3 - 1)/3 \approx 0{,}174$(= = 17,4 % годовых) < 0,18. Лучше вариант с простой процентной ставкой.

Задача 29

Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на $n = 2$ года лучше: под простую процентную ставку 18 % годовых или под сложную процентную ставку 15,5 % годовых?

Замечание. Выразив из равенства $1 + ni = (1 + i_{\text{сл}})^n$ ставку $i_{\text{сл}}$ через $i(i_{\text{сл}} = \sqrt[n]{1+ni} - 1)$, мы найдем эквивалентную сложную процентную ставку $i_{\text{сл}}$ для простой процентной ставки i.

5.3. Нахождение эквивалентной простой процентной ставки для номинальной сложной процентной ставки

Пусть P – первоначальная сумма, n – период начисления. При использовании простой процентной ставки i наращенная сумма $S_1 = P(1 + ni)$. При использовании номинальной сложной процентной ставки j (проценты за год начисляются m раз) наращенная сумма $S_2 = P(1 + j/m)^{nm}$.

Так как ставки эквиваленты, то наращенные суммы равны: $S_1 = S_2$, то есть $P(1 + ni) = P(1 + j/m)^{nm}$.

Отсюда $1 + ni = P(1 + j/m)^{nm} \Rightarrow i = ((1 + j/m)^{nm} - 1)/n$.

Пример 30

Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на $n = 3$ года лучше: под простую процентную ставку 18 % годовых или под сложную процентную ставку 15 % годовых ежеквартально?

Найдем эквивалентную простую процентную ставку для номинальной сложной процентной ставки $j = 15$ % годовых на периоде начисления $n = 3$ года.

$i = ((1 + j/m)^{nm} - 1)/n = ((1 + 0{,}15/4)^{3\times4} - 1)/3 \approx 0{,}185$(=18,5 % годовых) < 0,18. Лучше вариант с номинальной сложной процентной ставкой.

Задача 30

Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на $n = 2$ года лучше: под простую процентную ставку 19 % годовых или под сложную процентную ставку 14 % годовых?

Замечание. Выразив из равенства $1 + ni = (1 + j/m)^{nm}$ ставку j через $i(j = m\ (\sqrt[nm]{1+ni} - 1)$, мы найдем эквивалентную сложную процентную ставку j для простой процентной ставки i.

5.4. Нахождение эквивалентной сложной процентной ставки для номинальной сложной процентной ставки. Эффективная сложная процентная ставка

Пусть P – первоначальная сумма, n – период начисления. При использовании сложной процентной ставки $i_{сл}$ наращенная сумма $S_1 = P(1 + i_{сл})^n$. При использовании номинальной сложной процентной ставки j (проценты за год начисляются m раз) наращенная сумма $S_2 = P(1 + j/m)^{nm}$.

Так как ставки эквиваленты, то наращенные суммы равны: $S_1 = S_2$, то есть $P(1 + i_{сл})^n = P(1 + j/m)^{nm}$.

Отсюда $1 + i_{сл} = P(1 + j/m)^{nm} \Rightarrow i_{сл} = (1 + j/m)^{nm} - 1$. Эта формула определяет *эффективную годовую ставку* сложных процентов, эквивалентную номинальной сложной процентной ставке, и не зависит от периода начисления n.

Пример 31

Найдем эффективную годовую ставку сложных процентов эквивалентную номинальной сложной процентной ставке $j = 10$ % годовых ежеквартально.

Здесь $m = 4$.Тогда $i_{\text{сл}} = ((1 + j/m)^{nm}) - 1 = (1 + 0{,}1/4)^4 - 1 \approx$ $\approx 0{,}104$(=10,4 % годовых). Вместо начисления каждый квартал 2,5 % можно один раз в год начислять 10,4. От этого наращенная сумма не изменяется.

Задача 31

Найти эффективную годовую ставку сложных процентов эквивалентную номинальной сложной процентной ставке $j = 12$ % годовых ежемесячно.

Замечание. Мастер функций f_x пакета Excel содержит финансовые функции ($f_x \to$ финансовые). Их количество значительно возрастет после установки надстройки *Пакет анализа* (*Сервис* $\to$ *Надстройки* $\to$ *Пакет анализа*). В частности, финансовая функция ЭФФЕКТ (EFFECT) возвращает эффективную годовую ставку сложных процентов $i_{\text{сл}}$, если заданы *номинальная_ставка* (годовая номинальная сложная процентная ставка j) и *кол_пер* (m, количество периодов в году, за которые начисляются сложные проценты). В примере 53 ЭФФЕКТ (0,1; 4) $\approx$ 0,104.

5.5. Нахождение эквивалентной номинальной сложной процентной ставки для сложной процентной ставки

Выразим из равенства $1 + i_{\text{сл}}$ ставку j через $i_{\text{сл}}$ ($j = m\left(\sqrt[m]{1+i_{\text{сл}}} - 1\right)$), мы найдем эквивалентную номинальную ставку сложных процентов (проценты начисляются m раз в году) для сложной процентной ставки $i_{\text{сл}}$. Формула не зависит от периода начисления n.

Пример 32

Найдем годовую номинальную сложную процентную ставку (проценты начисляются каждый месяц), эквивалентную сложной процентной ставке $i_{сл}$ = 15 % годовых.

Здесь $m = 12$. Тогда $j = m(\sqrt[m]{1+i_{сл}} - 1) = 12(\sqrt[12]{1+0{,}15} -$
$- 1) \approx 0{,}141$ (= 14,1 % годовых).

Вместо начисления один раз в год 15 % можно начислять каждый месяц ≈ 14,1 % /12 = 1,175 %. От этого наращенная сумма не изменяется.

Задача 32

Найти годовую номинальную сложную процентную ставку (проценты начисляются каждые полгода), эквивалентную сложной процентной ставке $i_{сл}$ = 20 % годовых.

Замечание 1. Мастер функций f_x пакета Excel содержит финансовую функцию НОМИНАЛ (NOMINAL) (f_x → финансовые → НОМИНАЛ), возвращает годовую номинальную сложную процентную ставку j, если заданы *эффект_ставка* (эффективная годовая ставка сложных процентов) и *кол_пер* (m, количество периодов в году, за которые начисляются сложные проценты). В примере 32 НОМИНАЛ (0,15; 12) ≈ 0,141.

Замечание 2. Аналогично рассмотренным методом можно найти эквивалентные ставки для различных вариантов процентных и учетных ставок.

РАЗДЕЛ 6

МОДЕЛИ ФИНАНСОВЫХ ПОТОКОВ

6.1. Основные понятия

Аннуитет (финансовая рента) – это ряд последовательных платежей через одинаковые промежутки времени.

Пример 33

Регулярные взносы в пенсионный фонд – это пример аннуитета.

Задача 33

Привести пример аннуитета.

R_j – это величина отдельного платежа ренты. *Срок ренты* t – это время от начала реализации ренты до момента последнего платежа. *Интервал ренты* – это время между двумя последовательными платежами. Если все платежи равны между собой, то это *постоянная рента*, иначе – *переменная рента*.

Существуют ренты *постнумерандо* (все платежи осуществляются в конце интервалов ренты) и *пренумерандо* (все платежи осуществляются в начале интервалов ренты). Иногда ренты пренумерандо называют приведенными.

Для расчета наращения или дисконтирования платежей используется сложная процентная ставка i.

Наращенная (будущая) сумма ренты S – это все платежи вместе с процентами на дату последней выплаты.

Современная (приведенная) стоимость ренты – это все платежи вместе с процентами, пересчитанные на начальный момент времени ренты с помощью операции математического дисконтирования.

Существуют ренты *верные* (выплата не ограничена никакими условиями) и *условные* (выплата обусловлена наступлением какого-то события). Страховые взносы – это пример условной ренты. Срок реализации *отложенных рент* откладывается на некоторое время.

Пусть p – число рентных платежей в году, а число m показывает, сколько раз в году начисляются проценты. Ренты, для которых $p = m$, называются *простыми*. Ренты, для которых $p \neq m$, называются *общими*.

6.2. Нахождение наращенной суммы для простой ренты постнумерандо

Пусть R – ежегодные платежи, на которые начисляются проценты в конце каждого года по сложной процентной ставке i, n – срок ренты.

$$\begin{array}{ccccccccc} & R & R & R & \ldots & R & R & R \\ 0 & 1 & 2 & 3 & \ldots & n-2 & n-1 & n \end{array}$$

Платеж в конце 1-го года даст наращенную сумму $R(1+i)^{n-1}$. Платеж в конце 2-го года даст наращенную сумму $R(1+i)^{n-2}$. Платеж в конце 3-го года даст наращенную сумму $R(1+i)^{n-3}$. И т.д.

Наращенная (будущая) сумма ренты:

$$S = R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^{n-2} + R(1+i)^{n-3} + ... + R(1+i) + R\,.$$

Мы получили сумму n первых членов геометрической прогрессии с $b_1 = R$ и знаменателем $q = 1 + i$.

Тогда $S = b_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1} = R\dfrac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$.

Пример 34

Вкладчик в течение n = 5 лет вносит в банк R = 1000 руб. Проценты на вклад начисляются по сложной процентной ставке i = 15% годовых.

Тогда наращенная (будущая) сумма ренты:

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 1000\frac{(1+0{,}15)^5 - 1}{0{,}15} \approx 6742{,}38 \text{ руб.}$$

Задача 34

Вкладчик в течение n = 3 лет вносит в банк R = 1200 руб. Проценты на вклад начисляются по сложной процентной ставке i = 14% годовых. Найти наращенную (будущую) сумму ренты.

Замечание. Мастер функций f_x пакета Excel содержит финансовую функцию БС, которая возвращает наращенную (будущую) сумму ренты S на основе периодических постоянных (равных по величине) платежей R и постоянной процентной ставки i.

f_x → *финансовые* → *БС* → *ОК*. Появляется диалоговое окно, которое нужно заполнить. *Ставка* – это процентная ставка за период (у нас это i). *Кпер* – это общее число платежей по аннуитету. *Плт* – это выплата в каждый период (у нас это R, берем со знаком «–»). *Пс* – это приведенная стоимость *А ренты (если не указана, то по умолчанию полагается равной нулю). Тип* равен 0 (для ренты постнумерандо) или 1 (для ренты пренумерандо). Если *Тип* не указан, то по умолчанию полагается равным 0. *ОК.*

В примере 56 S = БС (0,15; 5; –1000) ≈ 6742,38 руб.

6.3. Нахождение наращенной суммы для простой ренты пренумерандо

Пусть R – ежегодные платежи, на которые начисляются проценты в конце каждого года по сложной процентной ставке i, n – срок ренты.

$R \quad R \quad R \quad \ldots \quad R \quad R \quad R$

$0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \ldots \quad n-2 \quad n-1 \quad n$

Платеж в конце 1-го года даст наращенную сумму $R(1+i)^n$. Платеж в конце 2-го года даст наращенную сумму $R(1+i)^{n\text{-}1}$. Платеж в конце 3-го года даст наращенную сумму $R(1+i)^{n\text{-}2}$. И т.д.

Наращенная (будущая) сумма ренты:

$$S = R(1+i)^n + R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^{n-2} + \ldots + R(1+i)^2 + R(1+i).$$

Мы получили сумму n первых членов геометрической прогрессии с $b_1 = R(1+i)$ и знаменателем $q = 1 + i$.

Тогда $S = b_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1} = R(1+i)\dfrac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R(1+i)\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$.

Пример 35

Определим наращенную (будущую) сумму в примере 34 для ренты пренумерандо.

$$S = R(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 1000(1+0{,}15)\frac{(1+0{,}15)^5 - 1}{0{,}15} \approx 7753{,}74 \text{ руб.}$$

Задача 35

Определить наращенную (будущую) сумму в задаче 34 для ренты пренумерандо.

Замечание. При решении примера 35 можно воспользоваться финансовой функцией БС мастера функций f_x пакета Excel. S = БС (0,15; 5; –1000; 1) ≈ 7753,74 руб.

Из сравнения рент постнумерандо и пренумерандо ясно, что все формулы для ренты пренумерандо получаются из формул для ренты постнумерандо постановкой вместо R величины $R(1+i)$. Поэтому в дальнейшем будем работать в основном с рентой постнумерандо.

6.4. Нахождение современной стоимости для простой ренты

Пусть R – ежегодные платежи, на которые начисляются проценты в конце каждого года по сложной процентной ставке i, n – срок ренты. Определим современную стоимость ренты, то есть используем операцию математического дисконтирования.

	R	R	R	…	R	R	R
0	1	2	3	…	$n-2$	$n-1$	n

Платеж в конце 1-го года даст наращенную сумму $R(1+i)$. Платеж в конце 2-го года даст наращенную сумму $R(1+i)^2$. Платеж в конце 3-го года даст наращенную сумму $R(1+i)^3$. И т.д.

Современная стоимость ренты:

$$A = R(1+i) + R(1+i)^2 + R(1+i)^3 + ... + R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^n .$$

Мы получили сумму n первых членов геометрической прогрессии с $b_1 = R(1+i)$ и знаменателем $q = 1/(1+i)$.

Тогда $A = b_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1} = \dfrac{R}{1+i} \dfrac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = R \dfrac{1 - 1(1+i)^n}{i}$.

Это современная стоимость простой ренты постнумерандо. Подставив в эту формулу вместо R величину $R(1+i)$, мы получим современную стоимость простой ренты пренумерандо:

$$A = R(1+i)\frac{1-1(1+i)^n}{i}.$$

Пример 36

Определим современную стоимость ренты из примера 34.

$$A = R\frac{1-1(1+i)^n}{i} = 1000\frac{1-1/(1+0{,}15)^5}{0{,}15} \approx 3352{,}16 \text{ руб.}$$

Задача 36

Определить современную стоимость простой ренты из задачи 54.

Пример 37

Определим современную стоимость ренты из примера 35.

$$A = R(1+i)\frac{1-1(1+i)^n}{i} = 1000(1+0{,}15)\frac{1-1/(1+0{,}15)^5}{0{,}15} \approx 3854{,}98 \text{ руб.}$$

Задача 37

Определить современную стоимость простой ренты из задачи 55.

Замечание. Мастер функций f_x пакета Excel содержит финансовую функцию ПС, которая возвращает приведенную (к текущему моменту) стоимость инвестиций A.

f_x → *финансовые* → *ПС* → *ОК*. Появляется диалоговое окно, которое нужно заполнить. В графе *Бс* (необязательный документ) указывается требуемое значение будущей стоимости или остатка средств после последней выплаты (если не указано, то по умолчанию полагается равным нулю). *ОК*.

В примере 36 ПС(0,15; 5; –1000) ≈ 3352,16 руб. В примере 37 ПС(0,15; 5; –1000; 1) ≈ 3854,98 руб.

6.5. Определение величины отдельного платежа простой ренты

Зная процентную ставку i, количество выплат n и наращенную сумму S (или современную стоимость A) простой ренты, можно определить величину отдельного платежа R.

Для простой ренты постнумерандо наращенная (будущая) сумма ренты $S = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$. Отсюда $R = \frac{Si}{(1+i)^n - 1}$.

Пример 38

Определим размер ежегодных платежей в конце года по сложной процентной ставке i = 12% годовых для накопления через n = 3 года суммы S = 50 000 руб.

$$R = \frac{Si}{(1+i)^n - 1} = \frac{50000 \cdot 0{,}12}{(1+0{,}12)^3 - 1} = 14817{,}45 \text{ руб.}$$

Задача 38

Определить размер ежегодных платежей в конце года по сложной процентной ставке i = 14 % годовых для накопления через n = 4 года суммы S = 70 000 руб.

Для простой ренты пренумерандо наращенная (будущая) сумма ренты $S = R(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}$.

Отсюда $R = \frac{Si}{(1+i)((1+i)^n - 1)}$.

Пример 39

Пусть в примере 38 платежи осуществляются в начале года. Тогда

$$R = \frac{Si}{(1+i)((1+i)^n - 1)} = \frac{50000 \cdot 0{,}12}{(1+0{,}12)((1+0{,}12)^3 - 1)} = 13229{,}87 \text{ руб.}$$

Задача 39

Решить задачу 38 при условии, что платежи осуществляются в начале года.

Для простой ренты постнумерандо современная стоимость $A = R\dfrac{1-1/(1+i)^n}{i}$. Отсюда $R = \dfrac{Ai}{1-1/(1+i)^n}$.

Пример 40

Взят кредит на сумму A = 50 000 руб. сроком на n = 3 года под 14 % годовых.

Тогда размер ежегодных погасительных платежей в конце года $R = \dfrac{Ai}{1-1/(1+i)^n} = \dfrac{50000 \cdot 0{,}14}{1-1/(1+0{,}14)^3} \approx 21536{,}57$ руб.

Задача 40

Взят кредит на сумму A = 60 000 руб. сроком на n = 4 года под 15 % годовых. Найти размер ежегодных погасительных платежей в конце года.

Для простой ренты пренумерандо современная стоимость $A = R(1+i)\dfrac{1-1/(1+i)^n}{i}$. Отсюда $R = \dfrac{Ai}{(1+i)(1-1/(1+i)^n)}$.

Пример 41

Пусть в примере 40 платежи осуществляются в начале каждого года.

Тогда

$$R = \frac{Ai}{(1+i)(1-1/(1+i)^n)} = \frac{50000\cdot 0{,}14}{(1+0{,}14)(1-1/(1+0{,}14)^3)} \approx 18891{,}73 \text{ руб.}$$

Задача 41

Решить задачу 40 при условии, что платежи осуществляются в начале каждого года.

Замечание. Мастер функций f_x пакета Excel содержит финансовую функцию ПЛТ, которая возвращает сумму периодического платежа для аннуитета на основе постоянства сумм платежей и постоянства процентной ставки.

f_x → *финансовые* → *ПЛТ* → *ОК*. Появляется диалоговое окно, которое нужно заполнить. *ОК*.

В примере 38 ПЛТ(0,12; 3; ; 50 000) ≈ –14817,45 руб. В примере 39 ПЛТ(0,12;3; ; 50 000; 1) ≈ –13229,87 руб. В примере 40 ПЛТ(0,14; 3; 50 000) ≈ –21536,57 руб. В примере 41 ПЛТ(0,14; 3; 50 000; ; 1) ≈ –18891,73 руб.

6.6. Определение срока простой ренты

Зная величину отдельного платежа R, процентную ставку i и наращенную сумму S (или современную стоимость A) простой ренты, можно определить количество выплат n.

Для простой ренты постнумерандо наращенная (будущая) сумма ренты $S = R\dfrac{(1+i)^n-1}{i}$.

Отсюда:

$$(1+i)^n - 1 = Si/R \Rightarrow (1+i)^n = 1 + Si/R \Rightarrow n\ln(1+i) = \ln(1 + Si/R) \Rightarrow n = \frac{\ln(1+Si/R)}{\ln(1+i)}.$$

Подставив в последнюю формулу вместо R выражение R(1 + + i), мы получим срок ренты пренумерандо:

$$\text{n} = \ln(1 + \frac{Si}{R(1+i)} / \ln(1+i).$$

Пример 42

Размер ежегодных платежей R = 5000 руб., процентная ставка i = 12 % годовых, наращенная сумму S = 30 000 руб. Определим сроки простых рент постнумерандо и пренумерандо.

Для ренты постнумерандо:

$$n = \frac{\ln(1+Si/R)}{\ln(1+i)} = \frac{\ln(1+30000 \cdot 0{,}12/5000}{\ln(1+0{,}12)}.$$

Для ренты пренумерандо:

$$\text{n} = \ln(1+\frac{Si}{R(1+i)} / \ln(1+i) = \ln(1+\frac{30000 \cdot 0{,}12}{5000(1+0{,}12)} / \ln(1+0{,}12) \approx 4{,}4 \text{ лет}.$$

Задача 42

Размер ежегодных платежей R = 8000 руб., процентная ставка i = 14 % годовых, наращенная сумму S = 40 000 руб. Определить сроки простых рент постнумерандо и пренумерандо.

Для простой ренты постнумерандо современная стоимость

$$A = R\frac{1-1/(1+i)^n}{i}. \text{ Отсюда } \text{n} = -\frac{\ln(1-Ai/R)}{\ln(1+i)}.$$

Подставив в последнюю формулу вместо R выражение R(1 + + i), мы получим срок ренты пренумерандо:

$$\text{n} = -\ln(1-\frac{Ai}{R(1+i)} / \ln(1+i).$$

Пример 43

Определим сроки погашения кредита A = 30 000 руб. при ежегодных платежах R = 9000 руб. и процентной ставке i = 15 % годовых для рент постнумерандо и пренумерандо.

Для ренты постнумерандо:

$$n = -\ln\left(1-\frac{Ai}{R}\right)/\ln(1+i) = -\ln\left(1-\frac{30000\cdot 0{,}15}{9000}\right)/\ln(1+0{,}15) \approx \text{лет.}$$

Для ренты пренумерандо:

$$n = -\ln\left(1-\frac{Ai}{R(1+i)}\right)/\ln(1+i) = -\ln\left(1-\frac{30000\cdot 0{,}15}{9000(1+0{,}15)}\right)/\ln(1+0{,}15) \approx 4{,}1\text{лет.}$$

Задача 43

Определить сроки погашения кредита A = 45 000 руб. при ежегодных платежах R = 12 000 руб. и процентной ставке i = = 11 % годовых для рент постнумерандо и пренумерандо.

Замечание. Мастер функций f_x пакета Excel содержит финансовую функцию КПЕР, которая возвращает общее количество периодов выплаты n для аннуитета на основе периодических постоянных выплат и постоянной процентной ставки.

f_x → *финансовые* → *КПЕР* → *ОК*. Появляется диалоговое окно, которое нужно заполнить. *ОК*.

В примере 42 КПЕР(0,12; –5000; ; 30 000) ≈ 4,8 и КПЕР(0,12; –5000; ; 30 000; 1) ≈ 4,4. В примере 43 КПЕР(0,15; –9000; 30 000) ≈ 5 и КПЕР(0,15; –9000; 30 000; ; 1) ≈ 4,1.

6.7. Определение простой ставки процентной ренты

Зная величину отдельного платежа R, количество выплат n и наращенную сумму S (или современную стоимость A) простой ренты, можно попытаться найти процентную ставку. Но получается нелинейное уравнение.

Мастер функций f_x пакета Excel содержит финансовую функцию СТАВКА, которая возвращает процентную ставку по аннуитету за один период. Значение функции вычисляется путем итерации и может давать нулевое значение или несколько значений. Если последовательные результаты функции СТАВКА не сходятся с точностью 0,0000001 после 20 итераций, то СТАВКА возвращает сообщение об ошибке #число!.

fx → финансовые → СТАВКА→ ОК. Появляется диалоговое окно, которое нужно заполнить. В графе *Предположение* указывается предполагаемая величина процентной ставки (если значение не указано, то по умолчанию оно равно 10 %). *ОК*.

Пример 44

Определим, под какую процентную ставку нужно вносить каждый год R = 5000 руб., чтобы через n = 5 лет накопить сумму S = 40 000 руб.

Для ренты постнумерандо СТАВКА(5; –5000; ; 40 000) = 24 %.

Для ренты пренумерандо СТАВКА(5; –5000; 40 000; 1) = 16 %.

Задача 44

Определить, под какую процентную ставку нужно вносить каждый год R = 6000 руб., чтобы через n = 4 года накопить сумму S = 35 000 руб.

6.8. Отложенная рента

Срок реализации отложенных рент откладывается на некоторое время – *период отсрочки*.

Пример 45

Простая рента с ежегодными платежами R = 1000 руб., процентной ставкой i = 12 % годовых и сроком n = 4 года отложена на 2 года. Найдем наращенную сумму S и современную стоимость A ренты.

Добавим к нашей ренте на бумаге платежи R = 1000 руб. в конце 1-го и 2-го годов.

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & R & R & R & R & R & R \\
\hline
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6
\end{array}
$$

Получили простую ренту сроком n_1 = 6 лет. Ее наращенная сумма $S_1 = R\dfrac{(1+i)^n-1}{i} = 1000\dfrac{(1+0{,}12)^6-1}{0{,}12} \approx 8115{,}19$ руб.

Но это простая рента состоит из простой ренты n_2 = 2 года (добавленные на бумаге платежи) и нашей отложенной ренты.

Для добавленной ренты наращенная сумма в конце 2-го года $S_2 = R\dfrac{1-1(1+i)^n}{i} = 1000\dfrac{1-1(1+0{,}12)^4}{0{,}12} \approx 2120$ руб., а в конце 6-го года – $S_3 = S_2(1+i)^{6-2}$ = 2120 $(1 + 0{,}12)^4$ ≈3335,86 руб.

Отсюда $S = S_1 - S_3$ = 8115,19 – 3335,86 = 4779,33 руб.

Для нахождения современной стоимости А отложенной ренты можно применить аналогичный прием. Но мы поступим иначе.

$$
\begin{array}{ccccccc}
A & & A_1 & R & R & R & R \\
\hline
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6
\end{array}
$$

Найдем приведенную стоимость нашей ренты через 2 года:

$$A_1 = R\frac{1-1(1+i)^n}{i} = 1000\frac{1-1(1+0{,}12)^4}{0{,}12} \approx 3037{,}35 \text{ руб.}$$

А теперь применим к сумме A_1 операцию математического дисконтирования со сложной процентной ставкой i = 12 % годовых: $A = A_1/(1 + i)^2$ = 3037,35/(1 + 0,12)2 ≈ 2421,36 руб.

Задача 45

Простая рента с ежегодными платежами R = 1200 руб., процентной ставкой i = 14 % годовых и сроком n = 5 лет отложена на 3 года. Найдем наращенную сумму S и современную стоимость A ренты.

6.9. Сведение общей ренты к простой ренте

Пусть p – число рентных платежей в году, а число m показывает, сколько раз в году начисляются проценты. Для общей ренты $p \neq m$, а для простой ренты $p = m$.

Для простой ренты довольно несложно определяются все ее параметры. Поэтому для вычисления параметров общей ренты очень важно уметь преобразовывать общую ренту в простую ренту.

Пусть W и R – величины выплат общей и простой рент соответственно, p – число рентных платежей в году для общей ренты, m – число интервалов начисления процентов в году, j и i – процентные ставки за интервал начисления процентов общей и простой рент соответственно, n – общее число интервалов начисления процентов.

Данные ренты эквивалентны, то есть процентные ставки за периоды рент совпадают и эквивалентные этим рентам значения, соответствующие одному и тому же моменту времени, совпадают. Тогда $(1 + j)^p = (1 + i)^m \Rightarrow j\,(1 + i)^{m/p} - 1$.

Наращенные суммы для обеих рент одинаковы:

$$R\frac{(1+i)^m-1}{i}=W\frac{(1+j)^p-1}{j}\Rightarrow\frac{R}{i}=\frac{W}{j}\Rightarrow R=\frac{Wi}{j}=\frac{Wi}{(1+i)^{m/p}-1}.$$

Пример 46

Заменим общую ренту сроком 3 года с выплатами по W = = 15 000 руб. в конце каждого полугодия и начислением процентов по ставке 12 % годовых ежеквартально простой рентой с поквартальными выплатами.

Здесь $p = 2$, $m = 4$, $i = 0{,}12/m = 0{,}12/4 = 0{,}03$.

Поквартальные выплаты:

$$R = \frac{Wi}{(1+i)^{m/p} - 1} = \frac{15000 \cdot 0{,}03}{(1+0{,}03)^{4/2} - 1} \approx 7389{,}16 \text{ руб.}$$

Задача 46

Заменить общую ренту сроком 3 года с выплатами по $W =$ $= 20\,000$ руб. в конце каждого полугодия и начислением процентов по ставке 12 % годовых ежеквартально простой рентой с поквартальными выплатами.

6.10. Наращенная сумма общей ренты

Подставив в формулу для наращенной суммы простой ренты $S = R\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$ выражение $R = \dfrac{Wi}{(1+i)^{m/p} - 1}$, мы найдем наращенную сумму общей ренты.

$$S = \frac{Wi}{(1+i)^{m/p} - 1} \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = W\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{m/p} - 1}.$$

Здесь n – это общее количество интервалов начисления процентов за весь срок ренты.

Пример 47

Найдем наращенную сумму общей ренты сроком 3 года с выплатами по $W = 5000$ руб. в конце каждого квартала и начислением процентов по ставке 14 % годовых по полугодиям.

Здесь $p = 4$, $m = 2$, $i = 0{,}14/m = 0{,}14/2 = 0{,}07$, $n = 3m = 3 \cdot 2 = 6$.

Тогда:

$$S = W\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^{m/p} - 1} = 5000\frac{(1+0{,}07)^6 - 1}{(1+0{,}07)^{2/4} - 1} \approx 72763{,}56 \text{ руб.}$$

Задача 47

Найти наращенную сумму общей ренты сроком 2 года с выплатами по W = 7000 руб. в конце каждого квартала и начислением процентов по ставке 11 % годовых ежемесячно.

6.11. Современная стоимость общей ренты

Подставив в формулу для современной стоимости простой ренты $A = R\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$ выражение $R = \dfrac{Wi}{(1+i)^{m/p} - 1}$, мы найдем современную стоимость общей ренты:

$$A = \frac{Wi}{(1+i)^{m/p} - 1} \cdot \frac{1 - 1/(1+i)^n}{i} = W\frac{1 - 1/(1+i)^n}{(1+i)^{m/p} - 1}.$$

Пример 48

Найдем современную стоимость общей ренты из примера 47.

$$A = W\frac{1 - 1/(1+i)^n}{(1+i)^{m/p} - 1} = 5000\frac{1 - 1/(1+0{,}07)^6}{(1+0{,}07)^{2/4} - 1} \approx 48485{,}43 \text{руб.}$$

Задача 48

Найти современную стоимость общей ренты из задачи 47.

6.12. Преобразование простой ренты в общую ренту

Необходимость в таком преобразовании возникает, когда нужно найти величину выплат общей ренты по заданному значению наращенной суммы или современной стоимости. $R = \dfrac{Wi}{(1+i)^{m/p}-1}$. Отсюда $W = R\dfrac{(1+i)^{m/p}-1}{i}$.

Пример 49

Выдан кредит A = 40 000 руб. на 2 года по ставке 12 % годовых ежемесячно. Определим размер поквартальных платежей W.

Здесь $p = 4$, $m = 12$, $i = 0{,}12/m = 0{,}12/12 = 0{,}01$, $n = 2m = 2 \cdot 12 = 24$.

$$R = \frac{Ai}{1-1/(1+i)^n} = \frac{40000 \cdot 0{,}01}{1-1/(1+0{,}01)^{24}} \approx 1882{,}94 \text{ руб.}$$

$$W = R\frac{(1+i)^{m/p}-1}{i} = 1882{,}94\frac{(1+0{,}01)^{12/4}-1}{0{,}01} \approx 5705{,}5 \text{ руб.}$$

Задача 49

Выдан кредит A = 50 000 руб. на 3 года по ставке 16 % годовых ежемесячно. Определим размер полугодовых платежей W.

6.13. Простая бессрочная рента

*Бессрочная рент*а не ограничена никаким сроком, то есть срок ренты $n \to \infty$.

R R R R ...

——•——•——•——•————

0 1 2 3 4 …

Современная стоимость простой бессрочной ренты:

$$\mathrm{A} = \lim_{n\to\infty} R\left(\frac{1-1/(1+i)^n}{i}\right) = R/i.$$ Отсюда $R = Ai$.

Пример 50

Инвестирование суммы A = 40 000 руб. под i = 5 % годовых обеспечивает выплаты $R = Ai$ = 40 000·0,05 = 2000 руб. в конце каждого года.

Задача 50

Сумму A = 50 000 руб. инвестировали под i = 4 % годовых. Найти размер ежегодных выплат в конце каждого года.

Бессрочная рента пренумерандо отличается от бессрочной ренты постнумерандо только платежом в момент времени $t = 0$. Поэтому для простой бессрочной ренты пренумерандо современная стоимость $A = R + R/i$.

6.14. Общая бессрочная рента

Общая бессрочная рента – это бессрочная рента, для которой период выплат отличается от периода начисления процентов.

Пример 51

Найдем современную стоимость общей бессрочной ренты с выплатами по W = 5000 руб. в конце каждого квартала и начислением процентов по ставке 12 % годовых ежемесячно.

Здесь $p = 4$, $m = 12$, $i = 0{,}12/m = 0{,}12/12 = 0{,}01$.

$$R = \frac{Wi}{(1+i)^{m/p}-1} = \frac{5000\cdot 0{,}01}{(1+0{,}01)^{12/4}-1} \approx 1650{,}11 \text{ руб.}$$

Тогда современная стоимость $A = R/i$ = 1650,11/0,01 = = 165 011 руб.

Задача 51

Найти современную стоимость общей бессрочной ренты с выплатами по W = 8000 руб. в конце каждого полугодия и начислением процентов по ставке 16 % годовых ежеквартально.

6.15. Бессрочная рента пренумерандо

Бессрочная рента пренумерандо отличается от бессрочной ренты постнумерандо только платежом в момент времени $t =$ $= 0$. Поэтому для простой бессрочной ренты пренумерандо современная стоимость $A = R + R/I$, а для общей бессрочной ренты постнумерандо современная стоимость

$$A = W + R/i = W + \frac{Wi}{i((1+i)^{m/p} - 1)} =$$

$$= W + \frac{W}{(1+i)^{m/p} - 1} = \frac{W}{1 - 1/(1+i)^{m/p}}.$$

Пример 52

Найдем современную стоимость общей бессрочной ренты с выплатами по W = 10 000 руб. в начале каждого квартала и начислением процентов по ставке 18 % годовых по полугодиям.

Здесь $p = 4$, $m = 2$, $i = 0{,}18/m = 0{,}18/2 = 0{,}09$.

$$A = \frac{W}{1 - 1/(1+i)^{m/p}} = \frac{10000}{1 - 1/(1+0{,}09)2/4} \approx 23711{,}52 \text{ руб.}$$

Задача 52

Найти современную стоимость общей бессрочной ренты с выплатами по W = 9000 руб. в начале каждого полугодия и процентной ставкой 12 % годовых ежеквартально.

РАЗДЕЛ 7

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ РЕАЛЬНЫХ ИНВЕСТИЦИЙ В УСЛОВИЯХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Реальные инвестиции в узком смысле – это вложение в основные фонды и на прирост материально-производственных запасов.

Инвестиционный проект прежде всего оценивается с точки зрения технической выполнимости, экологической безопасности, экономической эффективности, под которой понимает результат сопоставления получаемой прибыли и затрат, то есть нормы прибыли.

Важнейшей задачей экономического анализа инвестиционных проектов являет расчет будущих денежных потоков, возникающих при реализации какой-либо продукции. Только поступающие денежные потоки могут обеспечить окупаемость инвестиционного проекта, поэтому именно они, а не прибыль становятся центральным фактором в анализе. Экономический анализ инвестиционных решений должен быть основан на исследовании доходов и расходов в форме денежных потоков.

7.1. Метод расчета чистого приведенного эффекта (дохода) (чистой текущей стоимости) – *NPV*

Чистый дисконтированный доход (*NPV*) представляет собой превышение интегральных результатов над интегральными затратами или, иначе, разность между суммой денежных поступлений в результате реализации проекта и суммой дисконтированных текущих стоимостей всех инвестиционных вложений.

При сравнительной характеристике эффективности инвестиций *NPV* дает более полную (обобщенную) характеристику финансового результата реализации проекта, т.е. конечный эффект в абсолютном выражении. *NPV* считается важнейшим показателем эффективности проекта.

NPV можно определить как сумму текущих эффектов за весь расчетный период, приведенную к начальному периоду при допущении, что норма дисконта является постоянной в течении всего расчетного периода и расчет осуществляется в базовых ценах.

Проект может быть одобрен инвестором, если $NPV > 0$, т.е. генерирует большую, чем средневзвешенная цена капитала (*WACC*) или (*CC*), норму доходности.

Как известно, инвестиции могут быть одноразовыми, до начала эксплуатации объекта, так и многократные за весь расчетный период. В первом случае не требуется дисконтирование капитальных вложений, а во втором – требуется обязательное дисконтирование всех вложений за весь расчетный период.

В связи с этим имеются некоторые особенности оценки эффективности инвестиционного проекта.

Расчет *NPV* при одноразовых инвестициях выполняется по формуле:

$$NPV = \sum \frac{P_k}{(1+r)^n} - IC,$$

где P_n – годовые денежные поступления в период n; IC – стартовые (одноразовые) инвестиции; r – ставка процента; n – число реализации проекта.

$PV = \sum \frac{P_k}{(1+r)^n}$ – накопленная величина дисконтированных поступлений или текущая стоимость дохода за n-период до окончания срока действия проекта.

Очевидно, что:

$NPV < 0$, проект должен быть отвергнут;

$NPV = 0$, проект не прибылен и не убыточен.

Если капитальные вложения в проекте осуществляются в несколько этапов (интервалов), то расчет показателя *NPV* проводят по формуле:

$$NPV = \sum_{t=1}^{n} \frac{FV_t}{(1+r)^t} - \sum_{t=1}^{n} \frac{IC_t}{(1+r)^t},$$

где FV_t – будущая стоимость денежных поступлений от проекта по шагу (году) *t* общего периода; IC_t – сумма инвестиций по шагу *t*; *r* – дисконтная ставка; *n* – число шагов.

Особенности расчета *NPV* при квартальной разбивке расчетного периода (один шаг равен кварталу). В этом случае вносится изменение в ставку дисконта. Она рассчитывается на квартал по формуле:

$$r_k = (1+r)^{\frac{1}{4}} - 1 = (1+0{,}7)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0{,}142, \text{ или } 0{,}142\ \%,$$

где r_k – квартальная ставка дисконта; *r* – годовая ставка дисконта.

Далее выполняется расчет *NPV* в соответствии с общей методикой.

При принятии решений по инвестициям при оценке потоков денежных средств в них не включается амортизация, так как она не является расходом в форме наличных денежных средств. Затраты капитала на амортизируемые активы учитываются как расход наличных денежных средств в начале реализации инвестиционного проекта. Амортизационные отчисления – это просто метод бухгалтерского учета для соответствующего распределения вложений в активы по анализируемым отчетным периодам. Любое включение амортизационных отчислений в потоки денежных средств приводит к повторному счету.

Метод чистой приведенной стоимости особенно полезен, когда необходимо выбрать один из нескольких возможных инвестиционных проектов, имеющих различные размеры требуемых инвестиций, различную продолжительность реализации, различные денежные доходы. Мы определяем чистую приведенную стоимость каждого инвестиционного проекта на основе альтернативных издержек по инвестициям. Положительность чистой приведенной стоимости говорит о прибыльности инвестиций. Затем выбираем, в рамках какого инвестиционного проекта положительная чистая приведенная стоимость наибольшая, так как именно это при прочих равных условиях и является индикатором рентабельного проекта.

Пример 53

Предприятие анализирует два инвестиционных проекта в 2 млн руб.

Оценка чистых денежных поступлений приведена в таблице.

Год	Проект *A*, млн руб.	Проект *B*, млн руб.
1	0,9	0,8
2	1,6	1,1
3	–	0,6

Альтернативные издержки по инвестициям равны 12 %. Определим чистую приведенную стоимость каждого проекта.

Чистая приведенная стоимость проекта *A* равна:

$$\frac{0{,}9}{1+0{,}12}+\frac{1{,}6}{(1+0{,}12)^2}-2\approx 0{,}08 \text{ млн руб.}$$

Чистая приведенная стоимость проекта *B* равна:

$$\frac{0{,}8}{1+0{,}12}+\frac{1{,}1}{(1+0{,}12)^2}+\frac{0{,}6}{(1+0{,}12)^3}-2\approx 0{,}02 \text{ млн руб.}$$

Так как 0,08 > 0,02, то проект *A* предпочтительнее.

Положительная чистая приведенная стоимость инвестиций свидетельствует об увеличении рыночной стоимости средств акционеров, которое должно произойти, когда на фондовой бирже станет известно о принятии данного проекта. Она также показывает потенциальное увеличение текущего потребления для владельцев обыкновенных акций, которые возможно благодаря реализации проекта после возвращения использованных средств.

Задача 53

Предприятие анализирует два инвестиционных проекта в 2,5 млн руб. Оценка чистых денежных поступлений приведена в таблице.

Год	Проект *A*, млн руб.	Проект *B*, млн руб.
1	1,2	0,9
2	1,8	1,3
3	–	0,8

Альтернативные издержки по инвестициям равны 11 %. *Требуется* определить чистую приведенную стоимость каждого проекта. Какой проект предпочтительнее?

Замечание. Мастер функций f_x пакета Excel содержит финансовую функцию ЧПС, которая возвращает величину чистой проведенной стоимости инвестиций, используя ставку дисконтирования, а также стоимости будущих выплат (отрицательные значения) и поступлений (положительные значения).

f_x → *финансовые* → *ЧПС* → *ОК*. Появляется диалоговое окно, которое нужно заполнить. *Ставка* – это альтернативные издержки по инвестициям. Значения – это выплаты (со знаком «+»). *ОК*.

В примере 33 для проекта *А* ЧПС (0,12; –2; 0,9; 1,6) ≈ ≈ 0,07 млн руб. (из-за ошибок округления этот результат отличается от результата примера 1) и для проекта *В* ЧПС (0,12; –2; 0,8; 1,1; 0,6) ≈ 0,02 млн руб.

Расчет чистой приведенной стоимости инвестиционного проекта – это самая легкая часть оценки проекта. Гораздо больше усилий и профессиональной подготовки нужно потратить на определение ожидаемых потоков денежных средств от проекта. В этом случае приходиться полагаться на здравый смысл и профессиональное мастерство менеджеров предприятия.

7.2. Метод внутренней нормы доходности

В методе внутренней нормы доходности учитывается временная стоимость денег.

Внутренняя норма доходности (дисконтируемая норма прибыли) IRR – это ставка дисконтирования, при которой чистая приведенная стоимость инвестиций равна нулю. Иначе говоря, при такой ставке сумма инвестируемых средств будет окупаться в течение всей продолжительности инвестиционного проекта, а создание новой стоимости не произойдет.

Приближенное значение внутренней нормы доходности можно найти графическим методом, но, как правило, чаще всего, используют метод линейной интерации. Подбираем значение ставки дисконтирования r_0, при которой чистая приведенная стоимость инвестиций NPV $(r_0) < 0$.

Подбираем значение ставки дисконтирования r_1, при которой чистая приведенная стоимость инвестиций NPV $(r_1) > 0$. Тогда внутренняя норма доходности равна:

$$IRR \approx r_0 - \frac{(r_0 - r_1)NPV(r_0)}{NPV(r_1) - NPV(r_0)} .$$

Пример 54

Определим внутреннюю норму доходности инвестиционного проекта B из примера 53.

Чистая приведенная стоимость проекта B при ставке дисконтирования r равна:

$$NPV(r) = \frac{0,8}{1+r} + \frac{1,1}{(1+r)^2} + \frac{0,6}{(1+r)^3} - 2 .$$

При $r_1 = 0,02$ чистая приведенная стоимость $NPV(r_1) =$ $= NPV(0,12) \approx 0,02$ млн руб. > 0.

При $(r_0) < 0,15$ чистая приведенная стоимость $NPV(r_0) = NPV(0,15) \approx -0,08$ млн руб. < 0.

Тогда внутренняя норма доходности *IRR* равна:

$$IRR \approx r_0 - \frac{(r_0 - r_1) NPV(r_0)}{NPV(r_1) - NPV(r_0)} =$$

$$0{,}15 - \frac{(0{,}12 - 0{,}15)(-0{,}08)}{0{,}02 - (-0{,}08)} = 0{,}126 (= 12{,}6\ \%)\ .$$

Задача 54

Определить внутреннюю норму доходности инвестиционного проекта *B* из задачи 53.

Замечание. Мастер функций f_x пакета Excel содержит финансовую функцию ВСД, которая возвращает значение внутренней нормы доходности для потока денежных средств. Значение функции вычисляется путем итерации и может давать нулевое значение или несколько значений. Если последовательные результаты функции ВСД не сходятся с точностью 0,0000001 после 20 итераций, то ВСД возвращает сообщение об ошибке #число!

f_x → *финансовые* → *ВСД* → *ОК*. Появляется диалоговое окно, которое нужно заполнить. В графе *Предположение* указывается предполагаемая величина процентной ставки (если значение не указано, то по умолчанию оно равно 10 %. *ОК*. В примере 34 ВСД(–2; 0,8; 1,1; 0,6) ≈ ≈ 13 %.

Для определения целесообразности реализации инвестиционного проекта нужно сопоставить внутреннюю норму доходности с альтернативными издержками по инвестициям или с принятой на данном предприятии минимальной нормой прибыли на инвестиции.

7.3. Сравнение методов чистой приведенной стоимости и внутренней нормы доходности

Во многих ситуациях метод внутренней нормы доходности склоняется к тому же решению, что и метод чистой приведенной стоимости. Но бывают ситуации, когда метод внутренней нормы доходности приводит к ошибочным решениям.

При анализе *взаимоисключающих проектов* (принятие одного из них исключает принятие другого) рекомендуется метод чистой приведенной стоимости.

В методе внутренне нормы доходности подразумевается, что все поступления от инвестиционного проекта реинвестируются по собственно проектной норме доходности. Но это не обязательно фактическая альтернативная стоимость капитала.

В методе внутренней нормы доходности результат показывается в виде процентной ставки, а не абсолютного денежного значения. Поэтому этот метод отдаст предпочтение инвестированию 10 тыс. руб. под 100 %, а не инвестированию 200 млн руб. под 20 %.

В *нестандартных денежных потоках* (выплаты и поступления чередуются) возможно, получение нескольких значений внутренней нормы доходности.

С учетом вышеперечисленного, инвестиционные проекты нужно оценивать на основе чистой приведенной стоимости.

7.4. Метод окупаемости

Достоинство метода окупаемости – его простота. На практике этот метод применяется довольно часто, хотя при этом не учитывается временная стоимость денег.

Нужно определить период окупаемости, который показывает, сколько времени понадобится для того, чтобы инвестированный проект окупил первоначально инвестируемую сумму (т. е., до превышения начальным доходом первоначальные инвестиции). Чем короче период окупаемости, тем инвестиционный проект лучше.

Пример 55

Определим период окупаемости каждого инвестиционного проекта в примере 53.

В проекте A для окупаемости первоначальных инвестиций в сумме 2 млн руб. необходимо поступление 0,9 млн руб. в первый год и $(2 - 0{,}9) = 1{,}1$ млн руб. (из 1,6 млн руб.) во второй год. Поэтому период окупаемости проекта A равен $1+1{,}1/1{,}6 \approx 1{,}7$ лет.

В проекте B для окупаемости первоначальных инвестиций в сумме 2 млн руб. необходимо поступление 0,8 млн руб. в первый год, 1,1 млн руб. во второй год и $2 - (0{,}8 + 1{,}1) = 0{,}1$ млн руб. (из 0,6 млн руб.) в третий год. Поэтому период окупаемости проекта B равен $1 + 1 + 0{,}1/0{,}6 \approx 2{,}2$ лет.

Так как $1{,}7 < 2{,}2$, то проект A предпочтительнее.

Задача 55

Определить период окупаемости каждого инвестиционного проекта в задаче *53*.

Одна из модификаций метода окупаемости – дисконтированный метод расчета периода окупаемости, когда все потоки денежных средств дисконтированы до их приведенной стоимости, а период окупаемости определяется на основании дисконтированных потоков.

Окупаемость, рассчитанная по дисконтированным денежным потокам, достигается в тот момент, когда накопленная приведенная стоимость потоков до этого момента станет равна нулю. Это как раз тот момент времени, когда первоначально инвестированные средства полностью окупаются, а инвестированный проект начинает приносить экономическую прибыль. При этом не следует забывать, что дисконтированный срок окупаемости подразумевает неизменность условий реализации инвестиционного проекта.

Дисконтированный метод расчета периода окупаемости также не учитывает все потоки денежных средств после завершения срока окупаемости. Но из-за того, что в дисконтированном методе расчета периода окупаемости полученная величина периода окупаемости больше, чем в методе окупаемости, исключается меньшее количество денежных потоков. Поэтому переход от метода окупаемости к дисконтированному методу расчета периода окупаемости – это шаг в правильном направлении.

Пример 56

Определим дисконтированный период окупаемости проекта *B* из примера 53.

Заполним таблицу.

Год	Денежные потоки	Дисконтированные денежные потоки	Дисконтированные денежные потоки нарастающим итогом
1	0,8	$0{,}8/1{,}12 \approx 0{,}71$	0,71
2	1,1	$1{,}1/1{,}12^2 \approx 0{,}88$	1,59
3	0,6	$0{,}6/1{,}12^3 \approx 0{,}43$	2,02

Поясним, как заполняется таблица.

Значения первых двух столбцов взяты из условия. В 3-м столбце указаны дисконтированные денежные потоки (результаты округляем до двух цифр после запятой). Каждое число 4-го столбца равно сумме предыдущего числа 4-го столбца и числа из этой же строки 3-го столбца.

Тогда дисконтированный период окупаемости проекта *B* равен $(2 + (2 - 1{,}59)) / (2{,}02 - 1{,}59) \approx 2{,}95$ лет.

Задача 56

Определить дисконтированный период окупаемости проекта *B* из задачи 53.

Метод окупаемости позволяет отсечь инвестиционные проекты с большей зависимостью от долгосрочных потоков денежных средств. Это особенно важно для отраслей с резкими изменениями технологий и спроса. Например, разработчик программного обеспечения должен окупить свой проект до появления на рынке аналогичных программ. Поэтому метод окупаемости хорош при проведении предварительного отбора инвестиционных проектов.

7.5. Учетный коэффициент окупаемости инвестиций

В этом методе не учитывается временная стоимость денег. Для расчетов используются данные о прибыли, а не о поступлениях денежных средств.

Учетный коэффициент окупаемости инвестиций (прибыль на инвестируемый капитал, прибыль на используемый капитал) вычисляется по следующей формуле:

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{учетный коэффициент}\\\text{окупаемости инвестиций}\end{array}} = \boxed{\begin{array}{c}\text{среднегодовая}\\\text{прибыль}\end{array}} : \boxed{\begin{array}{c}\text{средняя стоимость}\\\text{инвестиций}\end{array}}$$

где

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{средне-}\\\text{годовая}\\\text{прибыль}\end{array}} = \left(\boxed{\begin{array}{c}\text{суммар-}\\\text{ные}\\\text{доходы}\end{array}} - \boxed{\begin{array}{c}\text{первона-}\\\text{чальные}\\\text{инвестиции}\end{array}}\right) : \boxed{\begin{array}{c}\text{срок}\\\text{реализации}\\\text{проекта}\end{array}}.$$

Средняя стоимость инвестиций зависит от метода начисления износа. При равномерном начислении износа *средняя стоимость инвестиций* вычисляется по следующей формуле:

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{средняя стоимость}\\\text{инвестиций}\end{array}} = \left(\boxed{\begin{array}{c}\text{первоначальные}\\\text{инвестиции}\end{array}} + \boxed{\begin{array}{c}\text{остаточная}\\\text{стоимость}\end{array}}\right) : 2.$$

Пример 57

Пусть в примере 53 остаточная стоимость каждого проекта равна нулю. Определим их учетные коэффициенты окупаемости инвестиций.

Для проекта A и B средняя стоимость инвестиций = = (первоначальные инвестиции + остаточная стоимость) / 2 = = (2 + 0) = 1 млн руб.

Для проекта *A* среднегодовая прибыль = (суммарные доходы – первоначальные инвестиции) / (срок реализации проекта) = (0,9 + 1,6 – 2) / 2 = 0,25 млн руб., а учетный коэффициент окупаемости инвестиций = (среднегодовая прибыль) / (средняя стоимость инвестиций) = 0,25 / 1 = 0,25 (= 25 %).

Для проекта *B* среднегодовая прибыль = (суммарные доходы – первоначальные инвестиции) / (срок реализации проекта) = (0,8 + 1,1 + 0,6 – 2) / 3 ≈ 0,17 млн руб., а учетный коэффициент окупаемости инвестиций = (среднегодовая прибыль) / (средняя стоимость инвестиций) = = 0,17 / 1 = 0,17 (= 17 %).

Задача 57

Пусть в задаче 53 остаточная стоимость каждого проекта равна нулю. Определить их учетные коэффициенты окупаемости инвестиций.

Как период окупаемости, учетный коэффициент окупаемости инвестиций имеет свои недостатки. Он использует балансовую прибыль (а не денежные потоки) в качестве оценки прибыльности проектов. Существует множество путей вычисления балансовой прибыли, что дает возможность манипулировать учетным коэффициентом окупаемости инвестиций. Несоответствия в вычислении прибыли приводят к существенно различающимся значениям учетного коэффициента окупаемости инвестиций.

Балансовая прибыль страдает от таких «искажений», как затраты на амортизацию, прибыли или убытки от продажи основных активов, которые не являются настоящими денежными потоками и поэтому не оказывают влияние на благосостояние акционеров.

Применение средних величин искажает относящуюся к делу информацию о сроках получения дохода.

Первоначальные инвестиции и остаточная стоимость усреднены для отражения стоимости активов, связанных между собой в течение всего срока реализации инвестиционного проекта. Наблюдается *парадокс остаточной стоимости*: чем больше остаточная стоимость, тем меньше учетный коэффициент окупаемости инвестиций. Это может привести к принятию неправильного решения.

Хотя применение учетного коэффициента окупаемости инвестиций иногда приводит к применению ошибочных инвестиционных решений, на практике он очень часто используется для обоснования инвестиционных проектов. Возможно, это связано с тем, что лица принимающие решения, часто предпочитают анализировать инвестиции через прибыль, так как деятельность самих менеджеров часто оценивают именно по этому критерию.

Множество всевозможных методов анализа инвестиционного проекта порождает проблему их выбора. Анализируемый инвестиционный проект вовсе не обязательно будет хорош со всех точек зрения. Только исследователь может оценить объективную и всестороннюю схему действия проекта. Методы анализа инвестиционного проекта гарантируют лишь получение некоторых количественных оценок. А уже исследователь сам принимает решение с учетом стратегии предприятия, конкретной среды и возможных рисков.

РАЗДЕЛ 8

АНАЛИЗ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ ПРОЕКТОВ

В анализе инвестиционных проектов весьма важным является выделение различных взаимосвязей, между ними, что связано с особенностями принятия инвестиционных решений. В связи с этим выделяют независимые и альтернативные проекты.

Два анализируемых проекта называются *независимыми,* если решение о принятии одно из них не влияет на решение о принятии другого.

Если два и более проекта не могут быть реализованы одновременно, т.е. принятие одного из них автоматически означает, что оставшиеся проекты должны быть отвергнуты, то такие проекты называются *альтернативными*, или *взаимоисключающими.*

8.1. Критерии оценки инвестиционного проекта

1. Следует определить сумму, выделяемую на инвестиционные проекты.

2. Установление придельного срока окупаемости поможет избежать анализа непривлекательных проектов. после этого можно применить методику дисконтирования потоков денежных средств. Не нужно тратить время на сложные расчеты стоимости капитала. Прагматичная ставка дисконтирования вполне подойдет для этого.

3. Не пользуйтесь краткосрочными источниками для финансирования капитальных инвестиций.

4. Время, затраченное на повышение точности прогноза движения денежных средств, – это залог успеха. Нельзя получить правильный ответ на основе неверных прогнозов.

5. Следует обязательно предусмотреть затраты на научные исследования и поиск еще более привлекательных возможностей.

8.2. Принятие инвестиционных решений на основе сравнительного анализа показателей эффективности инвестиций

При рассмотрении нескольких альтернативных инвестиционных проектов в зависимости от выбранного метода его экономической оценки можно получить неоднозначные результаты, зачастую противоречащие друг другу. Вместе с тем между рассмотренными показателями эффективности инвестиций (*NPV, PI, IRR*) существует определенная взаимосвязь. Так, если $NPV > 0$, то одновременно $IRR > CC$ (цена привлеченных финансовых ресурсов) и $PI > 1$; при $NPV = 0$ одновременно $IRR > CC$ и $PI = 1$. Для решения вопроса о том, каким критерием в таком случае воспользоваться, рассмотрим следующий пример.

Пример 58

Фирма изучает четыре варианта инвестиционных проектов, требующих равных стартовых капиталовложений в размере 2400 тыс. руб. *Требуется* провести экономическую оценку каждого проекта и выбрать оптимальный. Финансирование проектов осуществляется за счет банковской ссуды в размере 18 % годовых.

Динамика денежных потоков и рассчитанные показатели эффективности приведены в таблице.

Динамика денежных потоков и показатели эффективности вложений.

Прогнозируемые денежные потоки, тыс. руб.				
Год	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4
0	– 2400	–2400	–2400	–2400
1	0	200	600	600
2	200	600	900	1800
3	500	1000	1000	1000
4	2400	1200	1200	500
5	2500	1800	1500	400
Показатель				
NPV	809,6	556,4	307,2	689,0
PI	1,337	1,231	1,128	1,29
IRR	22,31 %	20,9 %	27,7 %	27,8 %
PP	2,33 года	2,0 года	2,16 года	1,79 года

Анализ данных показателей, позволяет сделать следующие выводы:

– наилучший показатель *NPV* = 809,6 тыс. руб. принадлежит первому проекту. Следовательно, принятие данного проекта обещает наибольший прирост капитала;

– в первом инвестиционном проекте наибольшее значение из всех рассматриваемых имеет показатель *PI* – 1,337, т.е. приведенная сумма денежного потока на 33,7 % превышает величину стартового капитала;

– наибольшую величину показателя *IRR* – 27,8 % имеет четвертый инвестиционный проект. Однако, учитывая, что банк предоставил ссуду под 18 % годовых, это преимущество не имеет существенного значения;

– наименьший срок окупаемости *PP* = 1,79 – у четвертого проекта, но, учитывая, что разница в сроках окупаемости между наибольшим значением (2,33) и значением составляет чуть больше полугода, этим преимуществом можно пренебречь.

Таким образом, рассмотрев четыре инвестиционных проекта по четырем показателям, можно отдать предпочтение первому проекту.

Задача 58

(Условие данной задачи предлагается составить самостоятельно).

В работах, посвященных методам экономической оценки инвестиций, отдается предпочтение показателю *NPV*. Объясняется это следующими факторами:

– данный показатель характеризует прогнозируемую величину прироста капитала предприятия в случае реализации предлагаемого инвестиционного проекта;

– проектируя использование нескольких инвестиционных проектов, можно суммировать показатели *NPV* каждого из них, что дает в агрегированном виде величину прироста капитала.

При анализе альтернативных инвестиционных проектов использование показателя внутренней нормы доходности IRR в силу ряда присущих ему недостатков должно носить ограниченный характер. Рассмотрим некоторые из них.

1. Поскольку внутренняя норма доходности является относительным показателем, исходя из его величины, невозможно сделать вывод о размере увеличения капитала предприятия при рассмотрении альтернативных проектов;

2. Из определения сущности показателя *IRR* следует, что он отражает максимальный относительный уровень

затрат, связанных с реализацией инвестиционного проекта. Следовательно, если данный показатель одинаков для инвестиционных проектов и превышает цену инвестиций (например, банковского процента на заемный капитал, предназначенный на реализацию проекта), то для выбора проекта необходимо использовать другие критерии;

3. Показатель *IRR* непригоден для анализа проектов, в которых денежный поток состоит из череды притоков и оттоков капитала. В этом случае выводы, сделанные на основе показателя *IRR*, могут быть некорректны.

8.3. Сравнение инвестиционных проектов с различными сроками реализации

Если каждый инвестиционных проектов по-своему хорош, выбор между ними затруднителен. Сделать выбор еще сложнее в случае, когда сроки реализации инвестиционных проектов разные. Краткосрочные инвестиционные проекты могут требовать частой замены, но они освобождают средства для инвестиций в другом месте. Поэтому используются специальные методы, позволяющие учесть влияние временного фактора: метод цепного повтора в рамках общего действия проекта, метод бесконечного цепного повтора сравниваемых проектов, метод эквивалентного аннуитета *(эквивалентного годового денежного потока).*

Зная чистую приведенную стоимость *NPV*, срок реализации n и альтернативные издержки по инвестициям *i* инвестиционного проекта, определяют величину отдельного годового платежа простой ренты постнумерандо

$R = \dfrac{NPV \times i}{1 - 1/(1+i)^n}$. Предпочтение отдается инвестиционному проекту с большим эквивалентным годовым денежным потоком.

Пример 59

Предприятие анализирует два инвестиционных проекта: *A* (первоначальные затраты 1,5 млн руб.) и *B* (первоначальные затраты 1,7 млн руб.). Оценка чистых денежных поступлений дана в таблице.

Год	Проект *A*, млн руб.	Проект *B*, млн руб.
1	0,5	0,2
2	0,7	0,4
3	0,9	0,7
4	–	0,8
5	–	0,6

Альтернативные издержки по инвестициям i = 12 %. Сравним эти проекты, используя эквивалентные годовые денежные потоки.

Чистая приведенная стоимость проекта *A* равна

$$NPV(A) = \frac{0{,}5}{1+0{,}12} + \frac{0{,}7}{(1+0{,}12)^2} +$$

$$+ \frac{0{,}9}{(1+0{,}12)^3} - 1{,}5 \approx 0{,}15 \text{ млн руб.}$$

Это современная стоимость ренты постнумерандо.

Тогда для проекта A эквивалентный годовой денежный поток равен

$$R(A)=\frac{NPV\times i}{1-1/(1+i)^n}=\frac{0{,}15\times 0{,}12}{1-1/(1+0{,}12)^3}\approx 0{,}06 \text{ млн руб.}$$

Чистая приведенная стоимость проекта B равна

$$NPV(B)=\frac{0{,}2}{1+0{,}12}+\frac{0{,}4}{(1+0{,}12)^2}+\frac{0{,}7}{(1+0{,}12)^3}+$$

$$+\frac{0{,}8}{(1+0{,}12)^4}+\frac{0{,}6}{(1+0{,}12)^5}-1{,}7\approx 0{,}14 \text{ млн руб.}$$

Это современная стоимость ренты постнумерандо.

Тогда для проекта B эквивалентный годовой денежный поток равен

$$R(B)=\frac{NPV\times i}{1-1/(1+i)^n}=\frac{0{,}14\times 0{,}12}{1-1/(1+0{,}12)^5}\approx 0{,}04 \text{ млн руб.}$$

Так как 0,06 > 0,04, то проект A предпочтительнее.

Задача 59

Предприятие анализирует два инвестиционных проекта: A (первоначальные затраты 1,6 млн руб.) и B (первоначальные затраты 1,8 млн руб.). Оценка чистых денежных поступлений дана в таблице.

Год	Проект *A,* млн руб.	Проект *B*, млн руб.
1	0,6	0,3
2	0,8	0,5
3	1,1	0,8
4	–	0,9
5	–	0,6

Альтернативные издержки по инвестициям i = 11 %. Сравнить эти проекты, используя эквивалентные годовые денежные потоки.

ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ

1. Нормативно-правовые и законодательные акты, регулирующие инвестиционную деятельность в РФ.

2. Взаимосвязь предпринимательской идеи с инвестиционным проектированием.

3. Факторы, оказывающие влияние на виды инвестиционных проектов и их привлекательность.

4. Структура инвестиционного проекта.

5. Этапы развития методов руководства проектами.

6. Анализ политико-экономических факторов при внедрении инвестиционных проектов.

7. Анализ основных источников капиталовложений.

8. Особенности проектирования инвестиционных проектов в различных отраслях экономики.

9. Институциональная структура рынка ссудного капитала.

10. Функциональная (оперативная) структура рынка ссудного капитала.

11. Международный финансовый рынок.

12. Рынок заемного капитала.

13. Организация и регулирование профессиональной деятельности на фондовом рынке.

14. Особенности работы финансового аналитика и финансового инженера.

15. Бюджетное финансирование. Критерии отбора инвестиционных проектов. Показатели и критерии эффек-

тивности инвестиционных проектов, финансируемых за счет бюджетных источников.

16. Самофинансирование инвестиционных проектов.

17. Акционерное финансирование, его достоинства и недостатки.

18. Долговое финансирование, его особенности.

19. Налоговое финансирование, его особенности.

20. Смешенное финансирование.

21. Внешнее финансирование.

22. Проектное финансирование.

23. Цель анализа чувствительности инвестиционного проекта. Нормативно-правовые акты, регулирующие расчеты чувствительности ИП. Алгоритм оценки чувствительности ИП.

24. Основные показатели эффективности лизинговой деятельности.

25. Особые формы финансирования инвестиционных проектов.

26. Требования российских и международных стандартов к инвестиционным проектам.

27. Характеристика финансовых таблиц.

28. Логика моделирования инвестиционного проекта.

29. Социальная эффективность инвестиционного проекта.

30. Анализ товаров и услуг.

31. Анализ маркетинг плана.

32. Анализ прогнозных показателей финансового плана ИП.

33. Методы управления рисками. Провоцирование. Исключение риска. Передача риска (хеджирование, страхование). Снижение риска (диверсификация, управление активами и пассивами).

34. Логика, содержание и классификация решений инвестиционного характера.

35. Особенности инвестиционного климата в России. Динамика реальных инвестиций. (Подтвердить статистическими данными).

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Ссуда в размере 50 000 руб. выдана на полгода по простой процентной ставке 22 % годовых.

Требуется определить наращенную сумму.

2. Первоначальный капитал составляет 25 тыс. руб. используется простая процентная ставка 20 % годовых.

Требуется определить период начисления процентов, за который первоначальный капитал вырастет до 40 тыс. руб.

3. Первоначальный капитал составляет 24 тыс. руб.

Требуется определить простую процентную ставку, при которой первоначальный капитал достигнет 30 тыс. руб. через год.

4. Первоначальная сумма равна 6000 тыс. руб. Наращенная сумма равна 6600 тыс. руб., период начисления полгода.

Требуется определить простую процентную ставку.

5. Наращенная сумма равна 8000 руб., период начисления равен 0,75 года, простая процентная ставка 24 % годовых.

Требуется определить первоначальную сумму.

6. Первоначальная сумма $P = 500$ руб. помещена в банк под $i = 12$ % годовых на срок с 18 января по 3 марта. Год не високосный. Найти наращенную сумму в каждой из практик начисления процентов.

7. Выдана ссуда в размере 500 тыс. руб. на 15 дней по ставке 12 % годовых, временная база равна 360 дней.

Требуется определить наращенную сумму и процентный доход.

8. Простая процентная ставка – 9 %.

Требуется определить простую учетную.

9. Простая процентная ставка – 90 %.

Требуется определить простую учетную.

10. Простая учетная ставка – 12 %.

Требуется определить простую процентную.

11. Простая учетная ставка – 44,4 %.

Требуется определить простую процентную.

12. Ссуда в размере 300 тыс. руб. выдана на срок 90 дней под 25 % годовых (простые проценты).

Требуется определить доход кредитора.

13. В банк помещен капитал под 10 % годовых. По истечению 270 дней его величина составила 537,5 тыс. руб.

Требуется определить величину помещенного в банк капитала и сумму начисленных процентов.

14. Кредит в размере 50 000 руб. выдается на полгода по простой учетной ставке 22 % годовых.

Требуется определить какую сумму получит заемщик.

15. Кредит в размере 200 тыс. руб. выдается на срок 0,25 года (один квартал) по простой учетной ставке 18 % годовых.

Требуется определить какую сумму получит заемщик.

16. Вексель на сумму 25000 руб. с датой погашения 15 декабря 2016 года был учтен банком 26 июля 2016 года по простой учетной ставке 15 % годовых. Продолжительность года – 366 дней.

Требуется определить, какая сумма была выплачена банком.

17. Вексель учтен банком за 3 квартала до даты погашения по простой учетной ставке 18 % годовых. Банк выплатил сумму 47 000 руб.

Требуется определить номинальную стоимость векселя.

18. Кредит в размере 100000 руб. выдается по простой учетной ставке 17 % годовых. Заемщик получил сумму в размере 80000 руб. продолжительность года 365 дней. *Требуется* определить, на какой срок был выдан кредит.

19. Вкладчик внес в банк 7000 руб., под 12 % годовых. *Требуется* определить наращенную сумму через 2 года, 3 года, 4 года, 5 лет.

20. Какую сумму необходимо инвестировать для того, чтобы инвестиции достигли 6879 тыс. руб., через 2 года при ставке 12 %?

21. Какую сумму необходимо инвестировать для того, чтобы инвестиции достигли 7845 тыс. руб., через 9 лет при ставке 25 %?

22. Какую сумму необходимо инвестировать для того, чтобы инвестиции достигли 34576 тыс. руб., через 9 лет при ставке 15 %?

23. Первоначальная сумма 35000 руб., наращенная сумма равна 80000 руб., период начисления 4 года. *Требуется* найти сложную процентную ставку.

24. Чему равны целые части чисел –8,3; 4,5; –4,5; –3,2?

25. Чему равны дробные части чисел – 2,6; –4,6; 0,3; 8?

26. Клиент внес в банк 2,5 тысячи рублей под 9,5% годовых. Через 2 года и 270 дней он изъял вклад. *Тре-*

буется определить полученную им сумму при использовании банком сложных процентов и смешенного метода.

27. Первоначальная сумма равна 75000 руб. помещена в банк на 2,75 года под 8 % годовых (проценты сложные). Найти наращенную сумму двумя способами.

28. Первоначальная сумма – 15000 руб., в первые 2 года начисления, применялась сложная процентная ставка – 12 % годовых; в следующие 3 года – 14 % и в последний год начисления – 15 % годовых. *Требуется* найти наращенную сумму.

29. Депозит в размере 500 тыс. руб. внесен в банк на 3 года под 10 % годовых, начисление процентов производится ежеквартально. *Требуется* определить наращенную сумму.

30. Первоначальная сумма 10 000 руб., период начисления 9 лет, сложная номинальная процентная ставка 7 % годовых ежемесячно. *Требуется* найти наращенную сумму.

31. Первоначальная сумма равна 12 000 руб., период начисления 3 года. Сложная процентная (номинальная) ставка 6 %. Начисление процентов происходит непрерывно. *Требуется* найти наращенную сумма.

32. Определить эффективную ставку сложных процентов с тем, чтобы получить такую же наращенную сумму, как и при использовании номинальной ставки 12 %, при ежеквартальном начислении процентов.

33. Каждый месяц, цены растут на 3 %. Каков ожидаемый уровень инфляции за год?

34. Уровень инфляции в июле составил 2 %, в августе – 3 %, в сентябре – 4 %. Каков уровень инфляции за рассматриваемый период?

35. Период начисления 9 месяцев, ожидаемый ежемесячный уровень инфляции – 1,8 %. Под какую, простую

ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму, чтобы обеспечить реальную доходность 8 % годовых (проценты простые)?

36. Первоначальная сумма положена на срок май – декабрь под простую ставку ссудных процентов 23 % годовых. Уровень инфляции в мае составил 0,6 %, в июне – 0,4 %, в июле – 0,7 %, в августе – 1,2 %, в сентябре – 2,5 %, в октябре – 1,5 %, в ноябре – 1,3 %, в декабре – 2 %. Какова реальная доходность в виде годовой простой ставки ссудных процентов?

37. Период начисления 4 года, ожидаемый ежегодный уровень инфляции 14 %. Под какую сложную ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму, чтобы обеспечить реальную доходность 10 % годовых (сложные проценты)?

38. Первоначальная сумма положена на 5 лет под сложную ставку ссудных процентов 24 % годовых. Уровень инфляции за 1-й год составил 8,3 %, за 2-й год – 9,8 %, за 3-й год – 11 %, за 4-й год – 12,1 %, за 5-й год – 13,5 %. Какова реальная доходность в виде сложной годовой ставки ссудных процентов?

39. Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на 0,75 года лучше: под простую процентную ставку 20 % годовых или под простую учетную ставку 23 % годовых?

40. Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на 4 года лучше: под простую процентную ставку 15 % годовых или под сложную процентную ставку 9 % годовых?

41. Какой вариант инвестирования первоначальной суммы на 4 года лучше: под простую процентную ставку 25 % годовых или под сложную процентную ставку 20 % годовых ежемесячно?

42. Найти эффективную годовую ставку сложных процентов, эквивалентную номинальной сложной процентной ставке 7 % годовых ежемесячно.

43. Найти годовую номинальную сложную процентную ставку (проценты начисляются каждый месяц), эквивалентную сложной процентной ставке равной 25 % годовых.

44. Вкладчик в течении 10 лет вносит в банк 5000 руб. проценты на вклад начисляются по сложной процентной ставке 9 % годовых. *Требуется* определить наращенную (будущую) сумму простой ренты (постнумерандо).

45. *Требуется* определить наращенную сумму в задаче 44 для простой ренты пренумерандо.

46. *Требуется* определить чистый дисконтированный по инвестиционному проекту со следующими денежными потоками (тыс. руб.):

Год жизни проекта			
0	1	2	3
(9120)	1000	4000	9000

47. Предприятие инвестирует 5000 тыс. руб. в инвестиционный проект, который в течение следующих трех лет будет приносить ежегодный доход в сумме 2500 тыс. руб. Стоит ли принимать решение об инвестировании, если есть возможность депонирования средств из расчета 12 % годовых?

48. Предприятие рассматривает вопрос о целесообразности вложения 3600 тыс. руб. в проект, который в первый год может дать прибыль 2000 тыс. руб., во второй год 1600 тыс. руб., в третий год 1000 тыс. руб. при альтернативном вложении капитала ежегодный доход составит 10 %. Стоит ли вкладывать средства в этот проект?

49. Найти значение внутренней нормы доходности для инвестиционного проекта стоимостью 5 млн. рублей, который будет приносить в течение четырех лет по 2 млн руб. ежегодно. Ставки дисконтирования равны 20 % и 31 %?

50. Определить значение *IRR* для проекта, рассчитанного на 3 года, требующего инвестиции в размере 20 млн руб. и имеющего предполагаемые денежные поступления в размере: за первый год 8 млн руб., за второй – 10 млн руб., за третий год – 16 млн руб. Процентные ставки: 14 % и 25 %.

51. Инвестор оценивает два инвестиционных проекта, имеющих следующие потоки денежных средств:

Проект *А*: - 130 тыс. руб., 56 тыс. руб., 96 тыс. руб., 117 тыс. руб., 132 тыс. руб.

Проект *Б*: – 138 тыс. руб., 52 тыс. руб., 90 тыс. руб., 90 тыс. руб., 143 тыс. руб., 152 тыс. руб.

Проект решено финансировать за счет собственных средств. Безрисковая доходность определена инвестором в 10 %. *Требуется* сравнить оба проекта по индексу рентабельности проекта (PI).

52. Допустим, что проект генерирует следующие потоки денежных средств: 120 тыс. руб., 78 тыс. руб., 112 тыс. руб., 165 тыс. руб., 198 тыс. руб. Ежегодный доход составляет 18 % годовых. Размер стартовых инвестиций 300 тыс. руб. *Требуется* определить эффективность данного инвестиционного проекта.

53. Предприятие оценивает инвестиционный проект стоимостью 106 тыс. руб. Проект генерирует следующие доходы по годам осуществления: 34 тыс. руб., 48 тыс. руб., 57 тыс. руб., 63 тыс. руб. стоимость инвестируемого капитала – 9 %. *Требуется* определить простой и дисконтируемый срок окупаемости.

54. Предприятие оценивает проект приобретения нового оборудования. Стоимость оборудования, его доставки и монтажа – 10000 тыс. руб. Срок службы – пять лет. Выручка от реализации продукции, произведенной на этом оборудовании. По годам, прогнозируется в следующих суммах: 9500 тыс. руб., 12600 тыс. руб., 14100 тыс. руб., 16500 тыс. руб., 18000 тыс. руб. Текущие расходы на производство продукции, в первый год эксплуатации составят 4120 тыс. руб. и будут ежегодно последовательно возрастать на 5 %. Оборудование планируется приобрести за счет банковского кредита по ставке 12 % годовых. *Требуется* оценить проект по показателю чистого дисконтированного дохода (*NPV*).

55. Предположим, произведены разовые инвестиции в размере 38 тыс. руб., годовой приток планируется равномерно в размере 10,7 тыс. руб. *Требуется* определить период окупаемости.

56. Показатели современных величин вложений 5,1568 млн руб. *Требуется* рассчитать индекс рентабельности при этих условиях.

57. Предприятие анализирует два инвестиционных проекта 4 млн руб. оценка чистых денежных поступлений приведены в таблице.

Год	Проект *А,* млн. руб.	Проект *В*, млн. руб.
1	0,7	0,5
2	1,7	1,5
3	2,6	2,8
4	–	3,1

Альтернативные издержки по инвестициям равны 20 %. Остаточная стоимость каждого проекта равна нулю.

Требуется определить их учетные коэффициенты окупаемости инвестиций.

58. Предприятие намерено вложить 3650 тыс. руб. в инвестиционный проект сроком на 5 лет. Стоимость инвестиционного капитала составляет 14 %. Рассматриваются четыре инвестиционных проекта (тыс. руб.).

Год	1-й год	2-й год	3-й год	4-й год
1	3650	3650	3650	3650
2	720	0	2280	3120
3	1190	1010	3460	2950
4	1670	2690	2100	2200
5	2340	4870	1570	1540

Требуется: а) оценить экономическую эффективность каждого из проектов с помощью расчета простых и сложных показателей; б) обосновать выбор проекта; в) объяснить причины различий в показателях эффективности и сформулировать выводы о зависимости величины показателей от структуры потока.

59. Предприятие рассматривает четыре инвестиционных проекта стоимостью 2340 тыс. руб. Источником финансирования является банковский кредит под 12 % годовых. Денежные потоки проектов характеризуются следующими данными (тыс. руб.).

Год	1-й проект	2-й проект	3-й проект	4-й проект
1	–2340	–2340	–2340	–2340
2	760	580	0	920
3	1500	720	0	780
4	1420	1250	1860	1590
5	1030	1430	2670	1100
6	970	1780	3200	2010

Требуется:

А) оценить экономическую эффективность каждого из проектов с помощью простых и сложных показателей;

Б) сравнить проекты;

В) объяснить причины различий в величине показателей эффективности от структуры денежного потока.

60. Рассматриваются два альтернативных инвестиционных проекта *A* и *B*, имеющие следующие денежные потоки:

Проект *A:* – 200 тыс. руб., 180 тыс. руб., 90 тыс. руб., 18 тыс. руб.

Проект *B:* – 200 тыс. руб., 20 тыс. руб., 50 тыс. руб., 200 тыс. руб.

Требуется:

А) определить точку Фишера;

Б) сделать выбор при ставке дисконтирования – 5 % и ставке дисконтирования – 20 %.

61. Рассматриваются два альтернативных инвестиционных проекта *A* и *B*, имеющие следующие денежные потоки:

Проект *A*: – 1000 тыс. руб., 0 тыс. руб., 0 тыс. руб., 0 тыс. руб., 0 тыс. руб., 1200 тыс. руб.

Проект *B*: –1000 тыс. руб., 350 тыс. руб., 350 тыс. руб., 350 тыс. руб., 350 тыс. руб., 350 тыс. руб.

Требуется:

А) определить точку Фишера;

Б) сделать выбор при ставке дисконтирования – 10 % и при ставке дисконтирования – 15 %.

62. Сравните два альтернативных проекта, имеющих следующие потоки денежных средств:

Проект *A*: –180 тыс. руб., 210 тыс. руб., 330 тыс. руб.

Проект *B*: –150 тыс. руб., 190 тыс. руб., 230 тыс. руб., 270 тыс. руб., 330 тыс. руб.

Цена инвестируемого капитала – 8 %. Для обеспечения временной сопоставимости проектов применялись метод цепного повтора и метод построения эквивалентного аннуитета.

Задачи для письменного опроса к модулям

1–10. а) Первоначальная сумма P руб. помещена в банк на срок n лет под i% годовых (проценты простые). Найти наращенную сумму, эквивалентные значения простой учетной ставки, сложной процентной ставки, сложной номинальной процентной ставки (проценты начисляются m раз в году). Уровень инфляции за рассматриваемый период оказался равным α%. Какова реальная доходность операции?

б) Первоначальная сумма P руб., наращенная сумма S руб., процентная ставка i% годовых (проценты простые). Найти период начисления.

в) Первоначальная сумма P руб., наращенная сумма S руб., период начисления n лет. Найти простую процентную ставку.

г) Первоначальная сумма P руб. помещена в банк на срок с a по b под i% годовых (проценты простые). Найти наращенную сумму в английской, немецкой и французской практиках.

	P	n	i	m	α	S	a	b
1	6000	0,5	16	2	1,1	6300	12.03	27.08
2	7000	0,25	11	4	1,2	7200	03.04	15.09
3	8000	0,75	17	12	1,3	8400	11.05	09.10
4	9000	0,5	18	4	1,4	9300	17.06	23.11
5	6500	0,25	9	12	1,5	6900	24.07	05.12
6	5500	0,75	13	2	1,6	5800	23.03	14.08
7	7500	0,5	19	12	1,7	7700	16.04	26.09
8	5300	0,25	8	2	1,8	5700	19.05	21.10
9	6400	0,75	7	4	1,9	6800	24.06	09.11
10	7900	0,75	14	12	2	8200	11.07	15.12

11–20. а) Первоначальная сумма P руб. помещена в банк на срок n лет под d% годовых. Найти наращенную сумму, эквивалентные значения простой учетной ставки, сложной процентной ставки, сложной номинальной процентной ставки (проценты начисляются m раз в году). Уровень инфляции за рассматриваемый период оказался равным α%. Какова реальная доходность операции?

б) Первоначальная сумма P руб., наращенная сумма S руб., процентная ставка d% годовых. Найти период начисления.

в) Первоначальная сумма P руб., наращенная сумма S руб., период начисления n лет. Найти простую процентную ставку.

г) Первоначальная сумма P руб. помещена в банк на срок с a по b под d% годовых. Найти наращенную сумму в английской, немецкой и французской практиках.

	P	n	m	α	S	a	b	q
11	6000	0,5	2	1,1	6300	12.03	27.08	15
12	7000	0,25	4	1,2	7200	03.04	15.09	11
13	8000	0,75	12	1,3	8400	11.05	09.10	16
14	9000	0,5	4	1,4	9300	17.06	23.11	17
15	6500	0,25	12	1,5	6900	24.07	05.12	9
16	5500	0,75	2	1,6	5800	23.03	14.08	12
17	7500	0,5	12	1,7	7700	16.04	26.09	17
18	5300	0,25	2	1,8	5700	19.05	21.10	8
19	6400	0,75	4	1,9	6800	24.06	09.11	9
20	7900	0,75	12	2	8200	11.07	15.12	13

21–30. а) Первоначальная сумма P руб. помещена в банк на срок n лет под i% годовых (проценты сложные). Найти наращенную сумму, эквивалентные значения простой учетной ставки, простой процентной ставки, сложной номинальной процентной ставки (проценты начисляются m раз в году). Уровень инфляции за рассматриваемый период оказался равным α%. Какова реальная доходность операции?

б) Первоначальная сумма P руб., наращенная сумма S руб., процентная ставка i% годовых (проценты сложные). Найти период начисления.

в) Первоначальная сумма P руб., наращенная сумма S руб., период начисления n лет. Найти сложную процентную ставку.

г) Первоначальная сумма P руб. помещена в банк на срок n лет под i% годовых. Найти наращенную сумму в случае непрерывного начисления процентов.

	P	n	i	m	α	S
21	6000	2	16	2	1,1	7300
22	7000	3	11	4	1,2	8200
23	8000	4	17	12	1,3	9400
24	9000	3	18	4	1,4	10300
25	6500	4	9	12	1,5	7900
26	5500	2	13	2	1,6	6800
27	7500	3	19	12	1,7	8700
28	5300	3	8	2	1,8	6700
29	6400	2	7	4	1,9	7800
30	7900	4	14	12	2	9200

31–40. а) Размер ежегодных платежей R руб., срок n лет, проценты начисляются по сложной процентной ставке i% годовых. Найти наращенную (будущую) сумму и современную стоимость простых рент постнумерандо и пренумерандо. Преобразовать эту простую ренту в общую ренту (проценты начисляются m раз в году, p платежей в году).

б) Определить размер ежегодных платежей в конце года по сложной процентной ставке i% годовых для накопления через n лет суммы S руб.

в) Определить размер ежегодных платежей в конце года по сложной процентной ставке i% годовых для погашения в течение n лет долга A руб.

г) Размер ежегодных платежей R руб., процентная ставка i% годовых, наращенная сумма S руб. Определить сроки простых рент постнумерандо и пренумерандо.

д) Размер ежегодных платежей R руб., процентная ставка i% годовых, современная стоимость A руб. Определить сроки простых рент постнумерандо и пренумерандо.

е) Определить, под какую процентную ставку нужно вносить каждый год R руб., чтобы через n лет накопить S руб. (для рент постнумерандо и пренумерандо).

ж) Определить, под какую процентную ставку нужно вносить каждый год R руб., чтобы через n лет погасить долг A руб. (для рент постнумерандо и пренумерандо).

з) Простая рента с ежегодными платежами R руб., процентной ставкой i% годовых и сроком n лет отложена на t лет. Найти наращенную сумму и современную стоимость ренты.

и) Найти наращенную (будущую) сумму и современную стоимость общей ренты (проценты начисляются m раз в году, p платежей в году). Размер платежей W руб., срок n лет, проценты начисляются по сложной процентной ставке i% годовых. Заменить эту ренту простой рентой.

к) Современная стоимость бессрочной ренты постнумерандо A руб., процентная ставка i% годовых. Найти размер ежегодных выплат.

л) Найти современную стоимость общих бессрочных рент постнумерандо и пренумерандо (проценты начисляются m раз в году по ставке i/m%, p платежей в году). Размер платежей W руб.

	R	n	i	S	A	t	W	m	p
31	1500	4	16	7300	7300	2	1500	2	3
32	1600	4	11	8200	8200	3	1600	4	2
33	1700	5	17	9400	9400	4	1700	12	6
34	1800	5	15	10300	10300	3	1800	4	3
35	1900	4	9	7900	7900	4	1900	12	4
36	2000	3	13	6800	6800	3	2000	2	12
37	2100	4	19	8700	8700	2	2100	12	2
38	2200	3	8	6700	6700	2	2200	2	6
39	2300	3	7	7800	7800	4	2300	4	8
40	2400	3	14	9200	9200	3	2400	12	4

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

а) основная литература (библиотека СГАУ)

1. *Ример, М. И.* Экономическая оценка инвестиций : учебник для вузов / М. И. Ример. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Питер, 2011. – 432 с.
2. *Нешитой, А. С.* Инвестиции : учебник / А. С. Нешитой. – 8-е изд. – М. : Издательство – торговая корпорация «Дашков и К», 2013. – 372 с.
3. *Николаева, И. П.* Инвестиции : учебник / И. П. Николаева. – М. : Издательство – торговая корпорация «Дашков иК», 2013. – 256 с.
4. *Староверова, Г. С.* Экономическая оценка инвестиций : учеб. пособие / Г. С. Староверова, А. Ю. Медведев, И. В. Сорокина. – 3-е изд. – М. : КНОРУС, 2010. – 312 с.
5. *Теплова, Т. В.* Инвестиции : учебник для бакалавров / Т. В. Теплова. – М. : Юрайт, 2011. – 724 с.

б) дополнительная литература

1. Басовский, Л. Е. Экономическая оценка инвестиций : учебник / Л. Е. Басовский, Е. Н. Басовская. – М. : ИНФРА-М, 2010. – 241 с.

2. Блохина, В. Г. Инвестиционный анализ : учебник / В. Г. Блохина. – Ростов н/Д. : Феникс, 2004. – 320 с.

3. Зеленкина, Е.В. Инвестиционный анализ [Текст]: учебно-методическое пособие к проведению практических занятий для студентов очной и заочной формы обучения по курсу: "Инвестиционный анализ", "Экономическая оценка инвестиций", направление подготовки 080200.62 - "Менеджмент", 080100.62- "Экономика" / сост. Е. В. Зеленкина. – Саратов: "Буква", 2013. - 79 с. - ISBN 978-5-906522-18-4

4. *Зеленкина, Е. В.* Некоторые аспекты совершенствования воспроизводства инвестиционной деятельности в аграрном производстве / Е.В. Зеленкина // Вестник Саратовского госагроуниверситета им. Н. И. Вавилова. – 2012. – № 1. – С. 78–83

5. *Зеленкина, Е.В.* Основные факторы, определяющие инвестиционную политику региона / Е.В. Зеленкина, А.В. Шибайкин //Актуальные проблемы и перспективы инновационной агроэкономики: материалы 2-й Всероссийской науч. практ. конф. / под ред.: Н.И.Кузнецова; ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ». – Саратов: ООО «КУБиК», 2010. - С. 62-71

6. *Зеленкина, Е. В.* Формирование инвестиционной политики АПК региона [Текст]: монография / Е.В. Зеленкина, А.В. Шибайкин. – Саратов : Саратовский источник, 2010. – 72 с.

7. *Зеленкина, Е.В.* Воспроизводство инвестиционной деятельности в сельском хозяйстве [Текст]: научное издание / Е. В. Зеленкина; ФГБОУ ВПО СГАУ. - Саратов: «Буква», 2013. - 164 с.

8. Инвестиции. Сборник заданий для самостоятельной подготовки : учеб. пособие / кол. авторов ; под ред. Н. И. Лахметкиной. – М. : КНОРУС, 2009. – 272 с.

9. *Калмыкова, Т. С.* Инвестиционный анализ : учеб. пособие / Т. С. Калмыкова. – Высшее образование : Бакалавриат. – НИЦ ИНФРА. – М., 2013. – 204 с.

10. *Кузнецов, Н.И.* Совершенствование инвестиционной сферы в процессе производства аграрной продукции [Текст]: монография / Н. И. Кузнецов, А.В. Шибайкин, И.В. Шарикова, Е.В. Зеленкина. - М.: «Экономическая газета», 2012. - 204 с.

11. *Кукукина, И. Г.* Экономическая оценка инвестиций : учеб. пособие / И. Г. Кукукина, Т. Б. Малкова. – М. : КНОРУС, 2013. – 302 с.

12. *Липсиц, В. В.* Инвестиционный анализ. Подготовка и

оценка инвестиций в реальные активы : учебник / В. В. Липсиц, В. В.Косов. – НИЦ ИНФРА. – М. – 2013. – 320 с.

13. Шарп, У. Ф. Инвестиции : пер. с англ. Буренин А. Н. / У. Ф. Шарп, Г. Д. Александер, Д. В. Бэйли. – М. : ИНФРА-М, 2013. – 102 с.

в) базы данных, информационно-справочные и поисковые системы, полнотекстовая база данных иностранных журналов Doal, поисковые системы Rambler, Yandex, Google:

1. Зеленкина, Е.В. Совершенствование воспроизводства инвестиционной деятельности в сельском хозяйстве (на примере Саратовской области): Диссертация. канд. экон. наук. – Саратов, 2012. [Электронный ресурс] URL: http://dis.podelise.ru/text/index-45454.html?page=3

2. Зеленкина, Е.В. Совершенствование воспроизводства инвестиционной деятельности в сельском хозяйстве (на примере Саратовской области) : Автореф. дис. канд. экон. наук. - Саратов, 2012. [Электронный ресурс] URL : http://old.sgau.ru/assets/files/Nauka/autoref/zelenkina.pdf

3. Николаева, И.П. Инвестиции [Электронный ресурс]: учебник/ Николаева И.П.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2013.— 256 с. гриф МО http://www.iprbookshop.ru/14040.html

4. Нешитой, А.С. Инвестиции [Электронный ресурс]: учебник/ Нешитой А.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2012.— 372 с. ISBN: 978-5-394-014611 http://www.iprbookshop.ru/10919.html

СОДЕРЖАНИЕ

Зеленкина Елена Валерьевна

ИНВЕСТИЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Учебно-методическое пособие
2-е издание, переработанное и дополненное

В авторской редакции

Сдано в набор …….. Подписано в печать ……
Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Печать офсетная. Гарнитура Times.
Печ. л. 6,5. Уч.-изд. л. 6,04. Тираж ... Заказ .../...

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный аграрный университет им. Н.И. Вавилова»
410012, Саратов, Театральная пл., 1.